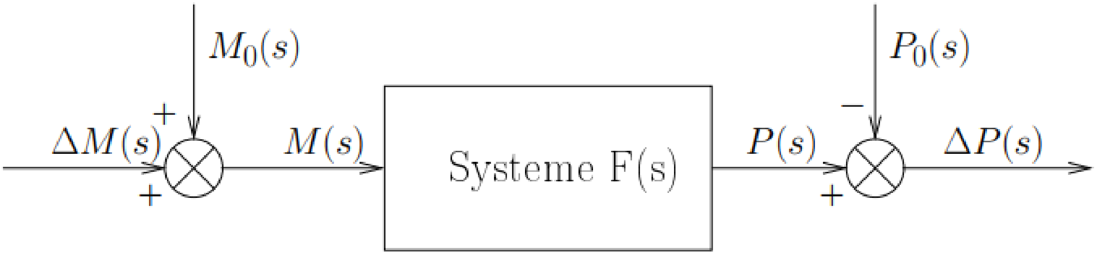
JUMIN - CHANFREAU
A3AE-FISA

Commande des systèmes linéaires continus :

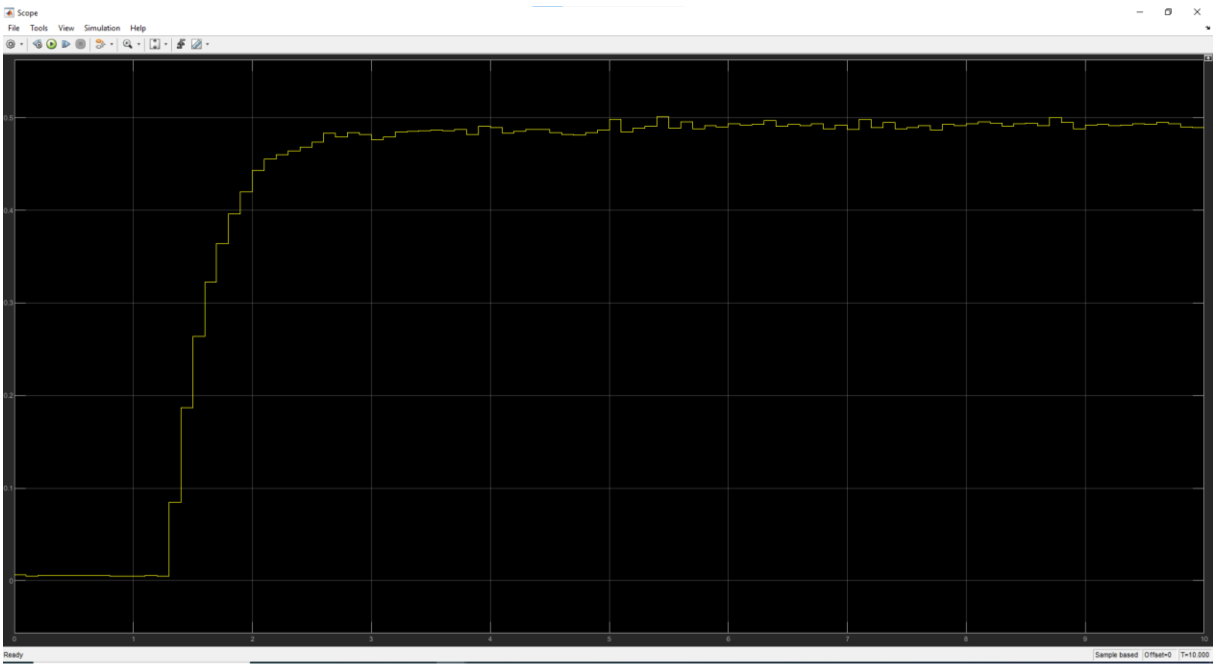
TP3 - Régulation de pression d'air.

Dans le cadre de ce TP, notre étude se porte sur un système de régulation de pression de l'air pouvant être modélisé comme ci-dessous :



Fonction de transfert du système après approximation à un modèle du deuxième ordre : $\dfrac{K}{(0.1001s^2+0.6323s+1)}$

On teste la réponse du système à un échelon qui est représentée sur le graphe suivant :



On observe bien que la valeur est approximativement à celle demandée, à savoir 0.5, cependant elle n'est pas stable.

Mise en place du modèle d'état : Détermination des matrices A, B et C correspondant à la forme compagne de commandabilité :

On identifie les coefficients an et bn sur la fonction de transfert du système.

- $a0 \ = \ 1$
- $a1 \ = \ 0.6323s$
- $a2 \ = \ 0.1001s^2$
- $b0 \ = \ K$

Ces coefficients nous permettent ensuite de déterminer les matrices de commandabilité A, B et C de la manière suivante :

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & \cdots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \frac{b_0}{a_n} & \frac{b_1}{a_n} & \cdots & 0 \end{bmatrix} x$$

On obtient :

$$x' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{1}{0.1001} & \dfrac{-0.6363}{0.1001} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \dfrac{K}{0.1001} & 0 \end{bmatrix} x$$

Cahier des charges n°1 :

Caractéristiques :

- Dépassement inférieur à 5%.
- Temps de réponse à 5% de 2s.

On cherche à trouver la matrice de gain de retour d'état L = [L0 L1]. Pour cela, on s'appuie sur les formules du dépassement D et du temps de réponses avant d'obtenir le coefficient d'amortissement ζ et la pulsation propre ωn.

$$D = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$tr_{5\%} = \frac{3}{\zeta\,\omega\mathrm{n}}$$

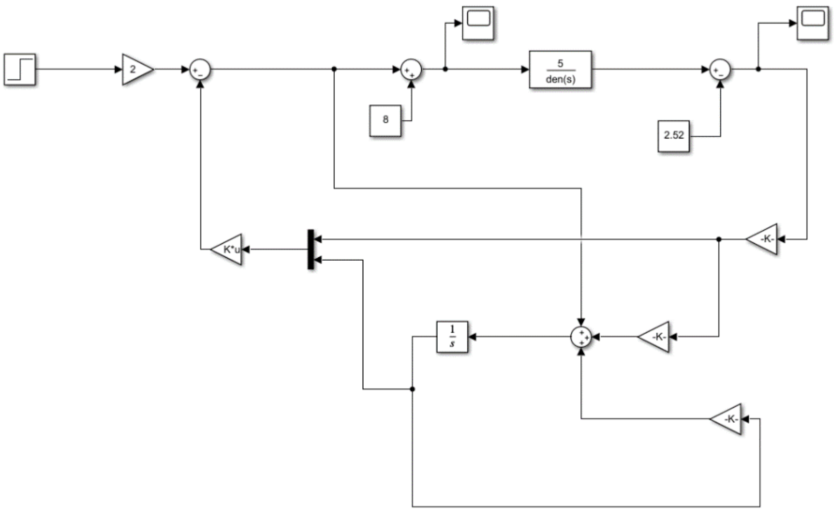
On obtient : ζ > 0.69 et ωn = 2.17 rad/s.

À partir de ces résultats, on identifie les coefficients L0 et L1 grâce aux deux modèles suivants :

1. Équation caractéristique d'un système du 2nd ordre : $s^2 + 2\,\zeta/\omega n + 1/\omega n$
2. Équation de la matrice de gain : $s^2 + (1 + L0)\, s + 1 + L1$

On obtient les coefficients suivants : L0 = -0.35484 et L1 = -0.78764.

L'étape suivante consiste en le test du retour d'état sur Simulink. Le montage est le suivant :

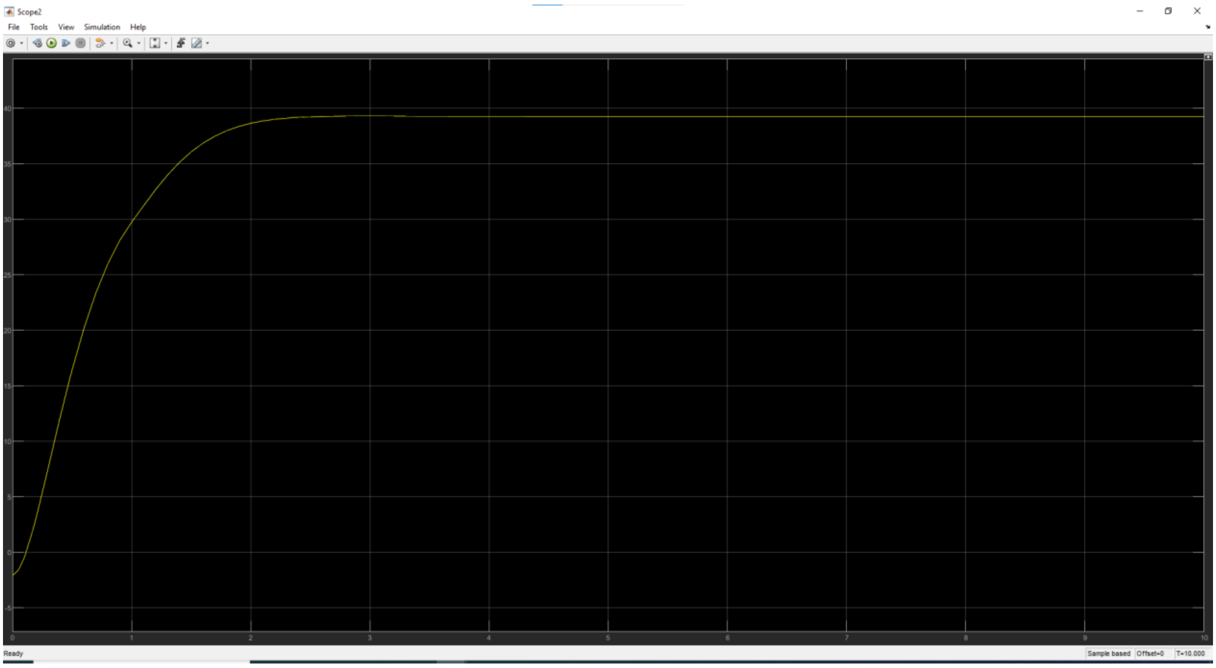


On veillera à appliquer notre gain de retour au système, ici L1 :

Sys_TP3.m

```
k=5;
A=[0 1;-10 -6.316];
B=[0;1];
C=[k/0.1001 0];
sys = ss(A,B,C,0);
L1 = [-0.365, -0.78];
```

Après simulation on obtient la courbe suivante :



On vérifie bien un taux de dépassement inférieur à 5% et un temps de réponse égal à 2 secondes.

<u>Cahier des charges n°2 :</u>

Caractéristiques :

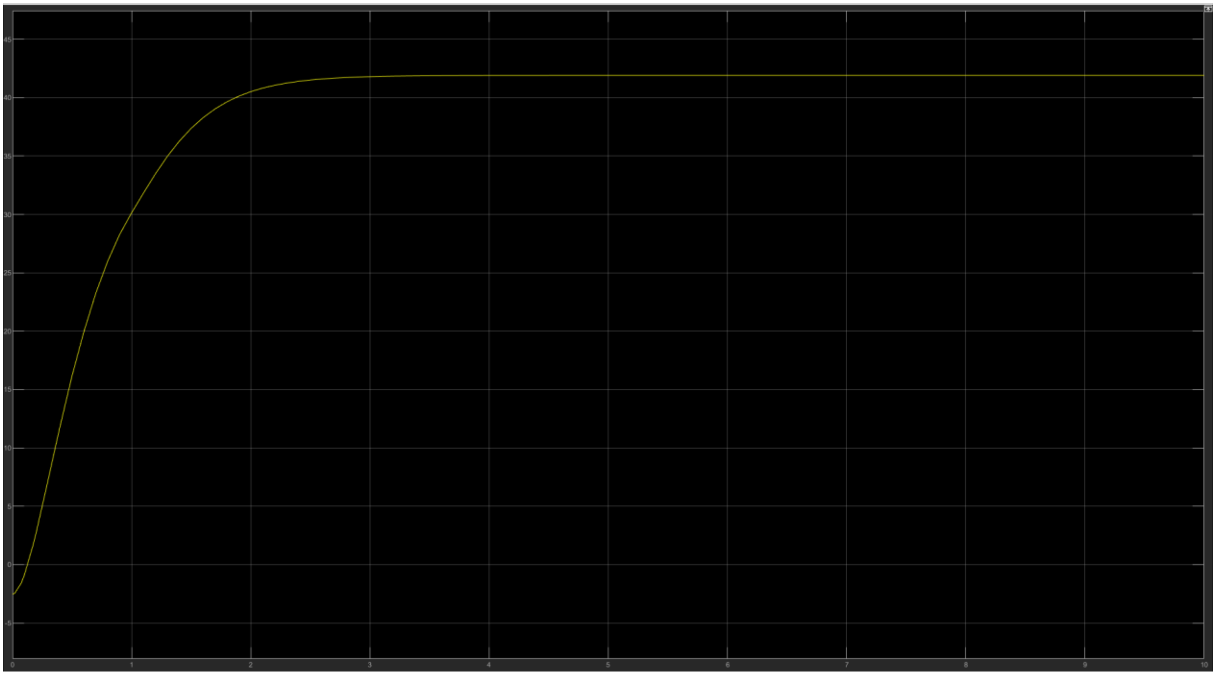
- Dépassement inférieur à 5%
- Temps de réponse à 5% de 0.5s.

On reprend les mêmes étapes que pour le cas n°1 avec cette fois-ci un temps de réponse à 5% valant 0.5s.

Ce changement n'influe pas sur la valeur de ζ qui vaut toujours 0.69. En revanche, on obtient une pulsation propre valant ωn = 0.87 rad/s.

Par identification, les coefficients du gain de retour d'état sont : L [0.59, 0.32].

On effectue la même simulation que précédemment en changeant la valeur de notre gain de retour d'état.



<u>Cahier des charges n°3 :</u>

Caractéristiques :

- Valeur propre de -2+2i.
- Valeur propre de -2-2i.

Dans ce dernier cas, on retrouve le polynôme caractéristique du système à partir des valeurs propres du cahier des charges.

$$Polynôme\ caractéristique = \big(s-(-2+2i)\big) * \big(s-(2-2i)\big)$$
$$= s^2+4s+8$$

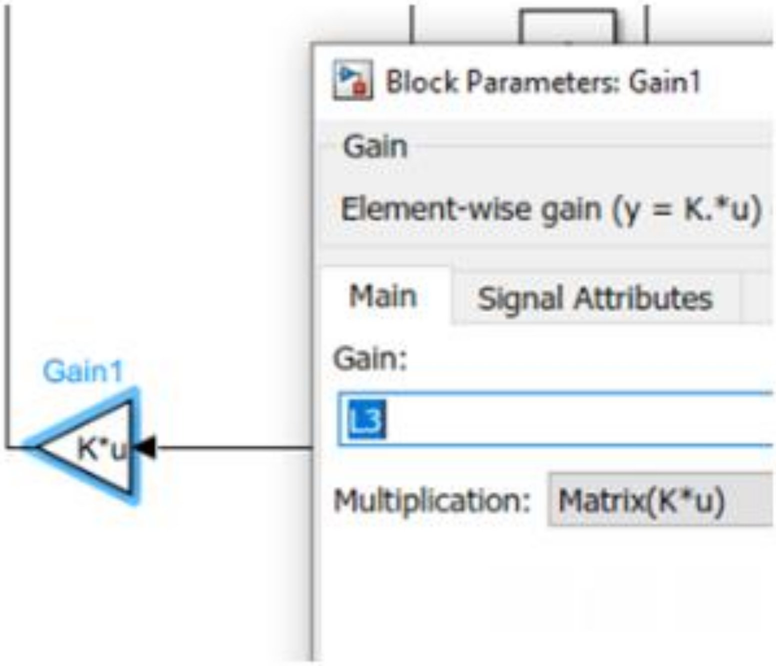
On trouve le coefficient d'amortissement et la pulsation propre par identification avec le polynôme caractéristique d'un système d'ordre 2 (cf n°1).

$$\frac{2\zeta}{\omega\mathrm{n}} = 4 \Rightarrow \zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{\omega\mathrm{n}^2}} = \sqrt{8} \Rightarrow \omega\mathrm{n} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Pour simuler le comportement d'un tel système, on utilise la fonction « place » qui nous retourne le vecteur gain du retour d'état L à partir de nos matrice A et B ainsi que de nos pôles (-2+2i, 2-2i).

```
8 -       L3 = place(A,B,[-2+2i, -2-2i]);
```



On obtient :

Finalement, le résultat est le suivant :

Par le calcul, nous obtenons un dépassement de 4.3% qui semble cohérent puisque l'utilisation des valeurs propres est censée nous donner le meilleur résultat possible.

Cependant, nous trouvons un temps de réponse à 5% de 12s qui semble trop élevé par rapport aux cas précédents et ne confirme pas la conclusion précédente.