

Examen 2024

dimanche 26 mai 2024 18:09

Quelques de cours. S/ 2 pts -

PL simple.

Analyse de sensibilité

potentiel tâches.

flat.

$$x_1 = 8 \quad s_1 = 24 \\ s_3 = 30$$

$$z = 40$$

Lors de la résolution d'une programmation linéaire par la méthode des tableaux, on trouve le tableau suivant:

	c_j	5	3	4	0	0	0	
Coûts (base)	base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_l
	x_1	0	3	2	1	-1	0	24
	x_1	1	0.5	0	0	0.5	0	8
	s_3	0	1	2	0	0	1	30

Quelle est la solution de base associée à ce tableau?

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0 \quad s_1 = 12 \quad s_2 = 0 \quad s_3 = 30$$

Quelle est la valeur du critère? 40

Quelle est la variable entrante à la prochaine itération? $x_3 \oplus$

Quelle est la variable sortante à la prochaine itération? $s_1 \oplus$

Quelle sera la nouvelle ligne 1?

$$0 \quad 1,5 \quad 1 \quad 0,5 \quad -0,5 \quad 0 \quad 12$$

Quelle sera la nouvelle ligne 2?

$$1 \quad 0,5 \quad 0 \quad 0 \quad 0,5 \quad 0 \quad 8$$

Quelle sera la nouvelle ligne 3?

$$0 \quad -2 \quad 0 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 6$$

Quelle est la solution de base associée à ce nouveau tableau?

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 12 \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0 \quad s_3 = 6$$

Quelle est la valeur du critère? 88

Combien vaut le coût d'opportunité sur la variable x_3 ? -5,5

Combien vaut le coût d'opportunité sur la variable s_1 ? -2

Combien vaut le coût d'opportunité sur la variable s_2 ? -0,5

La solution obtenue est-elle optimale? oui \oplus

Quelle est la valeur du critère du problème dual à l'optimal? 88

Lors de la résolution d'une programmation linéaire par la méthode des tableaux, on trouve le tableau suivant:

	c_j	2	6	3	0	0	0	
Coûts(base)	base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_l
	x_1	0	1	2	1	-1	0	21
	x_1	1	2	0	0	0.5	0	8
	s_3	0	3	2	0	0	1	15

Quelle est la solution de base associée à ce tableau?

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0 \quad s_1 = 21 \quad s_2 = 0 \quad s_3 = 15$$

Quelle est la valeur du critère? 16

Quelle est la variable entrante à la prochaine itération? $x_3 \oplus$

Quelle est la variable sortante à la prochaine itération? $s_3 \oplus$

Quelle sera la nouvelle ligne 1?

$$0 \quad -2 \quad 0 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 6$$

Quelle sera la nouvelle ligne 2?

$$1 \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad 0,5 \quad 0 \quad 8$$

Quelle sera la nouvelle ligne 3?

$$0 \quad 1,5 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0,5 \quad 7,5$$

Quelle est la solution de base associée à ce nouveau tableau?

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 7,5 \quad s_1 = 6 \quad s_2 = 0 \quad s_3 = 0$$

Quelle est la valeur du critère? 38,5

Combien vaut le coût d'opportunité sur la variable x_3 ? -2,5

Combien vaut le coût d'opportunité sur la variable s_2 ? -1

Combien vaut le coût d'opportunité sur la variable s_3 ? -1,5

La solution obtenue est-elle optimale? oui \oplus

Quelle est la valeur du critère du problème dual à l'optimal? 38,5

	c_j	5	3	4	0	0	0	
Coûts (base)	base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_l
	x_1	0	3	2	1	-1	0	24
	x_1	1	0.5	0	0	0.5	0	8
	s_3	0	1	2	0	0	1	30

	z_i	$2,5$	0	$2,5$	
	Δz	$0,15$	4	$-2,5$	
ligne 1	x_1	0	$1,5$	1	$0,15$
ligne 2	x_1	1	$0,5$	0	$0,15$
ligne 3	s_3	0	-2	0	-1

sortante
12
20
15

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 12 \quad s_1 = 0 \quad s_2 = 0 \quad s_3 = 6$$

$$z = 8 \times 5 + 12 \times 4 = 40 + 48 = 88$$

	c_j	2	6	3	0	0	0	
Coûts(base)	base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_l
	x_1	0	1	2	1	-1	0	21
	x_1	1	2	0	0	0.5	0	8
	s_3	0	3	2	0	0	1	15

	z_i	4	0	1	
	Δz	2	3	-1	
ligne 1	x_1	0	$1,5$	1	$0,15$
ligne 2	x_1	1	2	0	$0,15$
ligne 3	s_3	0	$1,5$	1	0

$x_1 = 8$
 $x_2 = 0$
 $x_3 = 0$
 $s_1 = 21$
 $s_2 = 0$
 $s_3 = 15$
sortante

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 7,5 \quad s_1 = 6 \quad s_2 = 0 \quad s_3 = 0$$

$$z = 8 \times 2 + 7,5 \times 3 = 22,5 + 16 = 38,5$$

	z_i	$8,5$	1	$1,15$	
	Δz	$-2,5$	-1	$-1,15$	
ligne 1	x_1	0	$1,5$	1	$0,15$
ligne 2	x_1	1	2	0	$0,15$
ligne 3	s_3	0	$1,5$	1	0

On effectue une analyse de sensibilité sur la solution optimale et on trouve les tableaux ci-dessous

Variable	Valeur optimale	Coeff. initial	Borne inf.	Borne sup.
x_1	8	5	4	∞
x_2	0	3	$-\infty$	8.5
x_3	12	4	0.333	5

Contrainte	Variable duale	Var. d'écart	2 nd membre	Borne inf.	Borne sup.
Cont. 1	4	0	20	8	23
Cont. 2	0.5	0	16	10	40
Cont. 3	0	6	30	24	∞

Utilisons ces tableaux pour faire une analyse de sensibilité et répondre aux questions sans mettre à nouveau en œuvre l'algorithme du simplexe.

(Ecrire NA si on ne peut pas répondre à la question)

$$Z = 40 + 18 \cdot .$$

Le 2^{ème} membre de la contrainte 3 passe à 32.

Quelle est la valeur du critère ?

88

Le 2^{ème} membre de la contrainte 1 passe à 22.

Quelle est la valeur du critère ? $88 + 2 \times 4 = 96$

96

Le coefficient de x_1 passe à 7 au lieu de 5.

$$88 + 2 \times 8 = 88 + 16 = 104$$

Quelle est la solution optimale ?

$$x_1 = 8, x_2 = 0, x_3 = 12, s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = 6$$

Quelle est la valeur du critère ?

104

On effectue une analyse de sensibilité sur la solution optimale et on trouve les tableaux ci-dessous

Variable	Valeur optimale	Coeff. initial	Borne inf.	Borne sup.
x_1	8	5	4	∞
x_2	0	3	$-\infty$	8.5
x_3	12	4	0.333	5

Contrainte	Variable duale	Var. d'écart	2 nd membre	Borne inf.	Borne sup.
Cont. 1	4	0	20	8	23
Cont. 2	0.5	0	16	10	40
Cont. 3	0	6	30	24	∞

Utilisons ces tableaux pour faire une analyse de sensibilité et répondre aux questions sans mettre à nouveau en œuvre l'algorithme du simplexe.

(Ecrire NA si on ne peut pas répondre à la question)

Le 2^{ème} membre de la contrainte 3 passe à 32.

Quelle est la valeur du critère ?

88

Le 2^{ème} membre de la contrainte 2 passe à 22. $88 + 6 \times 0.5 = 91$

Quelle est la valeur du critère ?

91

Le coefficient de x_3 passe à 2 au lieu de 4 dans le critère. $88 - 2 \times 12 = 88 - 24 = 64$

Quelle est la solution optimale ?

$$x_1 = 8, x_2 = 0, x_3 = 12, s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = 6$$

Quelle est la valeur du critère ?

64

On effectue une analyse de sensibilité sur la solution optimale et on trouve les tableaux ci-dessous

Variable	Valeur optimale	Coeff. initial	Borne inf.	Borne sup.
x_1	6	5	4	∞
x_2	0	3	$-\infty$	8.5
x_3	8	3	0.333	5

Contrainte	Variable duale	Var. d'écart	2 nd membre	Borne inf.	Borne sup.
Cont. 1	3	0	18	8	25
Cont. 2	0	7	12	5	42
Cont. 3	0.8	0	81	20	∞

Utilisons ces tableaux pour faire une analyse de sensibilité et répondre aux questions sans mettre à nouveau en œuvre l'algorithme du simplexe.

(Ecrire NA si on ne peut pas répondre à la question)

$$Z = 6 \times 5 + 8 \times 3 = 30 + 24 = 54$$

Quelle est la valeur du critère ?

54

Le 2^{ème} membre de la contrainte 3 passe à 40. $54 + 9 \times 0.8 = 54 + 7.2 = 61.2$

Quelle est la valeur du critère ?

61.2

Le coefficient de x_2 passe à 5 au lieu de 3.

Quelle est la solution optimale ?

$$x_1 = 6, x_2 = 0, x_3 = 8, s_1 = 0, s_2 = 7, s_3 = 0$$

Quelle est la valeur du critère ?

54

On effectue une analyse de sensibilité sur la solution optimale et on trouve les tableaux ci-dessous

Variable	Valeur optimale	Coeff. initial	Borne inf.	Borne sup.
x_1	6	5	4	∞
x_2	0	3	$-\infty$	8.5
x_3	8	3	0.333	5

Contrainte	Variable duale	Var. d'écart	2 nd membre	Borne inf.	Borne sup.
Cont. 1	3	0	18	8	25
Cont. 2	0	7	32	5	42
Cont. 3	0.8	0	31	20	∞

Utilisons ces tableaux pour faire une analyse de sensibilité et répondre aux questions sans mettre à nouveau en oeuvre l'algorithme du simplexe.

(Ecrire NA si on ne peut pas répondre à la question)

Le 2^{ème} membre de la contrainte 2 passe à 32. $z = 6 \times 5 + 8 \times 3 = 54$

Quelle est la valeur du critère ?

54

Le 2^{ème} membre de la contrainte 1 passe à 22. $z = 54 + 4 \times 3 = 66$.

Quelle est la valeur du critère ?

66

Le coefficient de x_1 passe à 7 au lieu de 5. $z = 54 + 2 \times 6 = 66$.

Quelle est la solution optimale ?

$x_1 = 6$, $x_2 = 0$, $x_3 = 8$, $s_1 = 0$, $s_2 = 7$, $s_3 = 0$

Quelle est la valeur du critère ?

66

Un projet comporte les tâches suivantes :

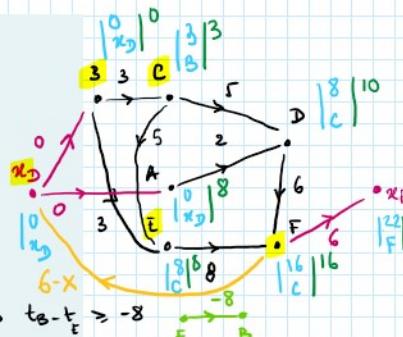
Tâches	A	B	C	D	E	F
Durée	2	3	5	4	8	6

Ces tâches doivent satisfaire les contraintes suivantes :

- (C1) D débute après la fin de A
- (C2) D débute après la fin de C
- (C3) C débute après la fin de B
- (C4) E débute après la fin de B
- (C5) E débute après la fin de C
- (C6) F ne peut débuter que lorsque E est terminé
- (C7) F ne peut débuter que si 2 jours se sont écoulés depuis la fin de D

On rajoute les contraintes suivantes :

- (C8) E débute au plus tard 5 jours après la fin de B $t_E \leq t_B + 3 + 5 \Leftrightarrow t_B - t_E \geq -8$
- (C9) F doit se terminer au plus tard X jours après le début des travaux



Combien de sommets possède le graphe potentiel-tâches représentant ce problème ?

8

Quel est le sommet origine de l'arc traduisant (C1) ?

A 8

Quel est le sommet extrémité de l'arc traduisant (C1) ?

D 8

Quel est la valeur de l'arc traduisant (C1) ?

2

Quel est le sommet origine de l'arc traduisant (C8) ?

E 8

Quel est le sommet extrémité de l'arc traduisant (C8) ?

B 8

Quel est la valeur de l'arc traduisant (C8) ?

-8

Quel est le sommet origine de l'arc traduisant (C9) ?

F 8

Quel est le sommet extrémité de l'arc traduisant (C9) ?

un autre sommet 8

Quel est la valeur de l'arc traduisant (C9) si X = 30 ?

-24

En ne tenant compte que des contraintes C1 ... C7

Quelles sont les dates de démarrage au plus tôt des tâches :

A: 0 B: 0 C: 3 D: 8 E: 8 F: 16

Quelles sont les dates de démarrage au plus tard des tâches :

A: 8 B: 0 C: 3 D: 10 E: 8 F: 16

Donner le chemin critique (lettres en majuscules):

BCEF

Combien vaut la marge sur la tâche D ?

2

Quelle est la date de fin de projet ?

22

Quel est la valeur limite pour X si elle existe ? (mettre INF si pas de limite)

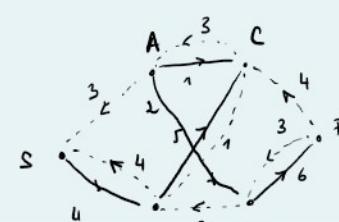
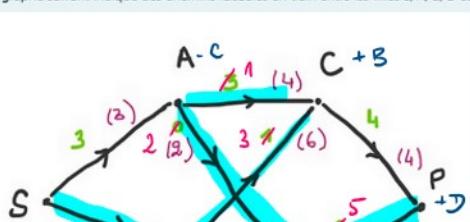
22 $\leq X \leq$ INF

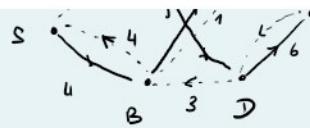
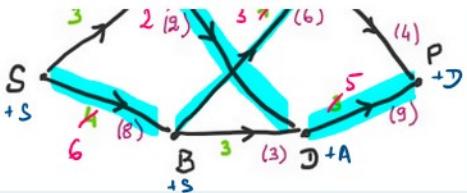
$$2 + 6 + 6 - x \leq 0 \Leftrightarrow 14 \leq x$$

$$14 + 6 - x \leq 0 \Leftrightarrow 20 \leq x$$

$$16 + 6 - x \leq 0 \Leftrightarrow 22 \leq x$$

Le graphe suivant indique des chemins faisables en train entre les villes S, A, B, D et P.





Les chiffres entre parenthèse en rouge indiquent le nombre de centaines de passagers pouvant être transportées dans chaque train.

Les chiffres indiqués en vert indiquent le nombre de centaines de passagers prévues. L'objectif est de maximiser le nombre de centaines de passagers transportées. On considère comme état initial les flux en vert.

Si on utilise l'algorithme par graphe d'écart, le premier graphe d'écart possèdera :

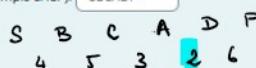
- 5 arcs directs
- 7 arcs indirects

Si on préfère appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson : indiquer dans le tableau suivant le marquage de chaque sommet à la fin de la première itération (par exemple on pourra indiquer +S ou -S) de l'algorithme.

S	A	B	C	D	P
+S	-C	+S	+B	+A	+D

Quelle est la chaîne d'incrémentation trouvée? (décrire la chaîne par exemple SACDP) : SBCADP

Quelle est la capacité minimale de la chaîne? 2



Combien valent les nouveaux flux?

SA	SB	AC	AD	BC	BD
3	6	1	2	3	3

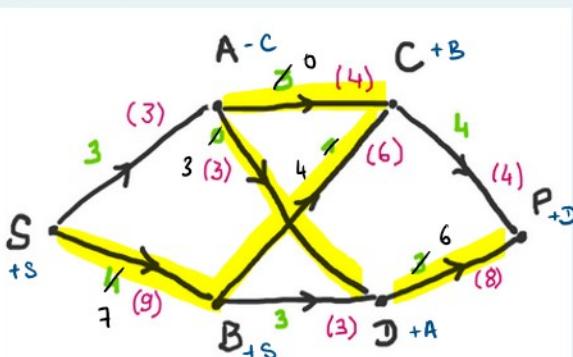
CP	DP
4	5

Quelle est la valeur du flot à la fin de cette itération? 9

Si on applique l'algorithme jusqu'au bout, indiquer (liste par ordre alphabétique, par exemple ABS) quels sommets définissent l'ensemble des sommets origines pour la coupe de capacité minimale ABCS

Quelle est la valeur du flot max? 9

Le graphe suivant indique des chemins faisables en train entre les villes S, A, B, D et P.



Les chiffres entre parenthèse en rouge indiquent le nombre de centaines de passagers pouvant être transportées dans chaque train.

Les chiffres indiqués en vert indiquent le nombre de centaines de passagers prévues. L'objectif est de maximiser le nombre de centaines de passagers transportées. On considère comme état initial les flux en vert.

Si on utilise l'algorithme par graphe d'écart, le premier graphe d'écart possèdera :

- 5 arcs directs
- 7 arcs indirects

Si on préfère appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson : indiquer dans le tableau suivant le marquage de chaque sommet à la fin de la première itération (par exemple on pourra indiquer +S ou -S) de l'algorithme.

S	A	B	C	D	P
+S	-C	+S	+B	+A	+D

Quelle est la chaîne d'incrémentation trouvée? (décrire la chaîne par exemple SACDP) : SBCADP

Quelle est la capacité minimale de la chaîne? 3



Combien valent les nouveaux flux?

SA	SB	AC	AD	BC	BD
3	7	0	3	4	3

CP	DP
4	6

Quelle est la valeur du flot à la fin de cette itération? 10

Si on applique l'algorithme jusqu'au bout, indiquer (liste par ordre alphabétique, par exemple ABS) quels sommets définissent l'ensemble des sommets origines pour la coupe de capacité minimale BCS

Quelle est la valeur du flot max? 10