INSA Toulouse spécialité AE

Systèmes Multivariables

Documents Autorisés - Calculatrices et téléphones interdits

08/12/2022 - Durée 1H15

Les exercices 1, 2 et 3 sont indépendants. Il sera tenu compte dans la notation des justifications apportées.

Barème indicatif : Exercice 1, 7 points. Exercice 2, 7 points. Exercice 3, 6 points.

Exercice 1

Soit le système décrit par la représentation d'état

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

On souhaite calculer un retour d'état

$$u = -Kx + Hy_c$$

de telle sorte qu'en boucle fermée on ait deux chaines indépendantes : y_{c1} agissant sur y_1 avec une dynamique correspondant à -1 et -2, y_{c2} agissant sur y_2 avec une dynamique correspondant à -1 et -2.. Sachant que les sous-espaces admissibles des vecteurs propres sont donnés par

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{s^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s-s^2} \\ -\frac{1}{s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{s-1} \end{bmatrix}$$

1. Déterminer les conditions structurelles sur les vecteurs propres permettant de satisfaire les objectifs à atteindre.
2. Calculer alors K et H permettant de répondre aux spécifications souhaitées.

Exercice 2

Soit le système de matrice de transfert

$$G_1(s) = \frac{1}{s(s+1)^2} \begin{bmatrix} s+3 & 6s+12 \\ 1 & s+4 \end{bmatrix}$$

1. Calculer l'ordre et les modes du système.
2. Sachant que l'on peut écrire

$$\begin{bmatrix} s+3 & 6s+12 \\ 1 & s+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & s(s+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s+4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

donner une représentation d'état du système.

Exercice 3 (sur le BE)

N.B. : On donne à titre indicatif

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$