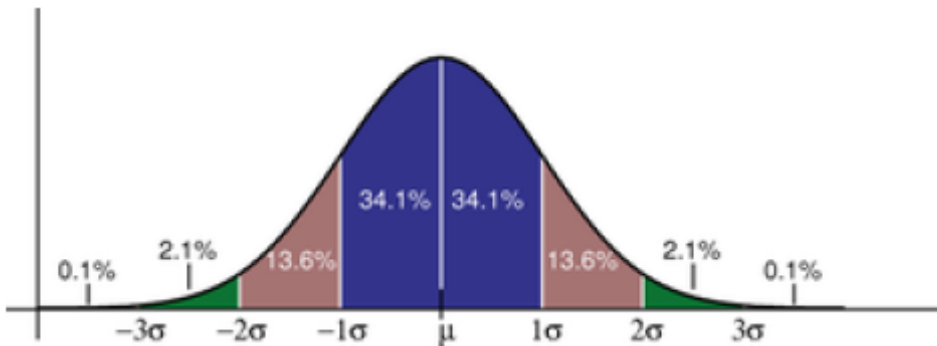
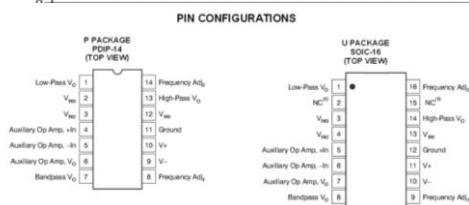
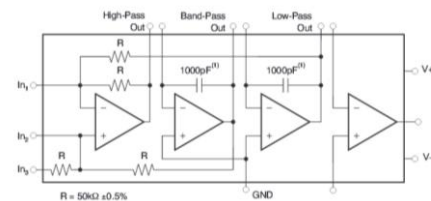
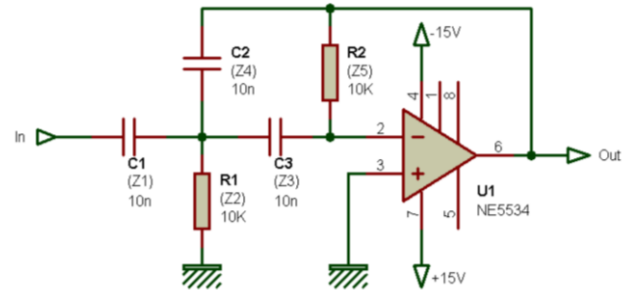
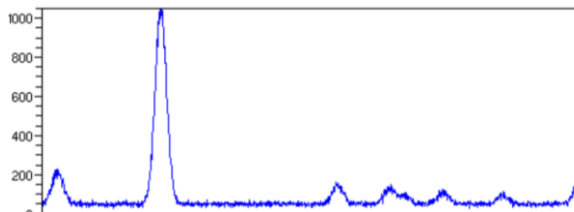
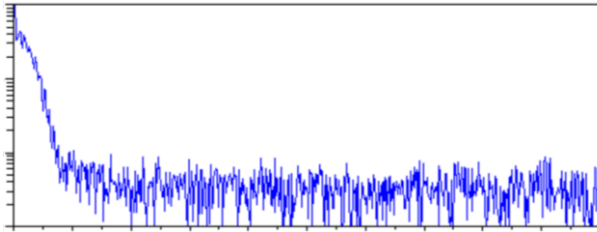


## UV BRUIT & FILTRAGE ACTIF

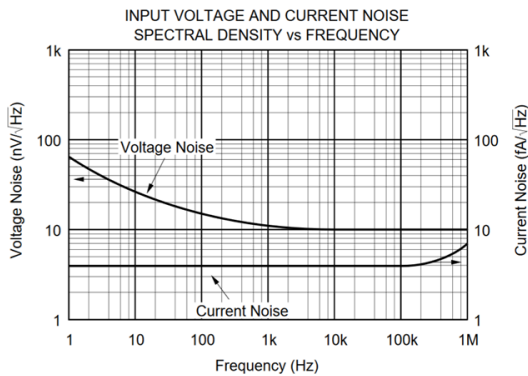


## What else?

# Notes de cours

## Travaux dirigés





Burr-Brown Products  
from Texas Instruments



**OPA227**  
OPA2227  
OPA4227  
**OPA228**  
OPA2228  
OPA4228

SBOS110A – MAY 1996 – REVISED JANUARY 2005

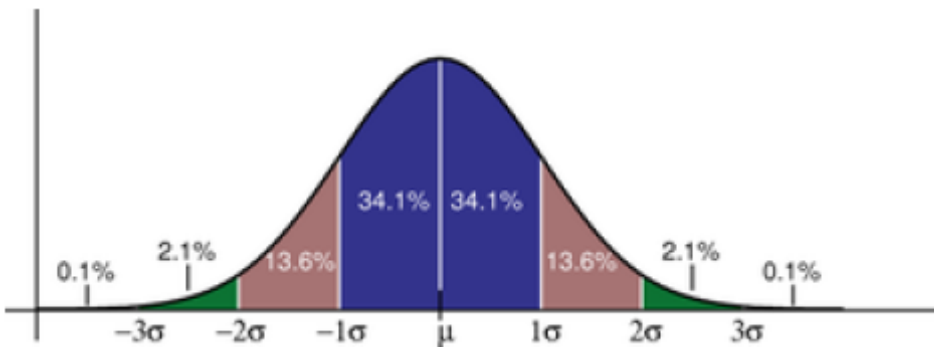
**High Precision, Low Noise  
OPERATIONAL AMPLIFIERS**

**SPECIFICATIONS:  $V_S = \pm 5V$  to  $\pm 15V$**

OPA227 Series

NOISE							
Input Voltage Noise, $f = 0.1\text{Hz}$ to $10\text{Hz}$		90		*		nV-p-p	
Input Voltage Noise Density, $f = 10\text{Hz}$ $e_n$		15		*		nV/√Hz	
Input Voltage Noise Density, $f = 100\text{Hz}$		3.5		*		nV/√Hz	
Input Voltage Noise Density, $f = 1\text{kHz}$		3		*		nV/√Hz	
Current Noise Density, $f = 1\text{kHz}$ $i_n$		0.4		*		pA/√Hz	

nV/√Hz  
pA/√Hz



source de bruit  
en tension

densité spectrale  
 $e(f) = 4k_B T_a R$

résistance sans  
bruit à la  
température  $T_a$

$R$

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$  : constante de  
Boltzmann,  $T_a$  en Kelvin et  $R$  en  $\Omega$

diode sans  
bruit

source de  
bruit en  
courant

densité spectrale  
 $i(f) = 2qI_{\text{moy}}$

$I_{\text{moy}}$

$I$

## Bruit thermique

Le **bruit thermique**, également nommé *bruit de résistance*, ou *bruit Johnson* ou *bruit de Johnson-Nyquist* est le **bruit** généré par l'agitation thermique des porteurs de charges, c'est-à-dire des **électrons** dans une **résistance électrique** en **équilibre thermique**. Ce phénomène existe indépendamment de toute tension appliquée. Le bruit thermique aux bornes d'une résistance est exprimée par la relation de Nyquist :

$$\overline{v_b^2} = 4 k_B \cdot T \cdot R \cdot \Delta f$$

où  $\overline{v_b^2}$  est la **variance** de la tension aux bornes de la résistance,  $k_B$  est la **constante de Boltzmann**, qui vaut  $k_B = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ ,  $T$  est la température absolue de la résistance exprimée en **kelvins**,  $R$  est la résistance exprimée en **ohms**, et  $\Delta f$ , la **bande passante** considérée.

Cette formule permet de prévoir le bruit minimum présent sur un système électronique, et donc sa limite de détection. Le même phénomène de bruit thermique est observé aux bornes d'une **capacité**. C'est une limitation des **capteurs photographiques**.

### Sommaire [masquer]

- 1 Histoire
  - 1.1 Le mouvement brownien et la théorie cinétique des gaz
  - 1.2 Les publications de Johnson et Nyquist
- 2 Approche macroscopique



## Bruit thermique

Le **bruit thermique**, également nommé *bruit de résistance*, ou *bruit Johnson* ou *bruit de Johnson-Nyquist* est le **bruit** généré par l'agitation thermique des porteurs de charges, c'est-à-dire des **électrons** dans une **résistance électrique** en **équilibre thermique**. Ce phénomène existe indépendamment de toute tension appliquée. Le bruit thermique aux bornes d'une résistance est exprimée par la relation de Nyquist :

$$\overline{v_b^2} = 4 k_B \cdot T \cdot R \cdot \Delta f$$

où  $\overline{v_b^2}$  est la **variance** de la tension aux bornes de la résistance,  $k_B$  est la **constante de Boltzmann**, qui vaut  $k_B = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ ,  $T$  est la température absolue de la résistance exprimée en **kelvins**,  $R$  est la résistance exprimée en **ohms**, et  $\Delta f$ , la **bande passante** considérée.

Cette formule permet de prévoir le bruit minimum présent sur un système électronique, et donc sa limite de détection. Le même phénomène de bruit thermique est observé aux bornes d'une **capacité**. C'est une limitation des **capteurs photographiques**.



Ce bruit est donc modélisé par une source de courant, placée en parallèle du composant idéal non bruyant, et de **densité spectrale de puissance**  $D_I = eI$ . Dans la pratique, pour calculer le bruit de grenaille sur une bande de fréquences  $\Delta f = 1/2\Delta t$  (le coefficient 2 provenant du fait qu'en électronique on raisonne en fréquences positives uniquement), on utilise la formule :

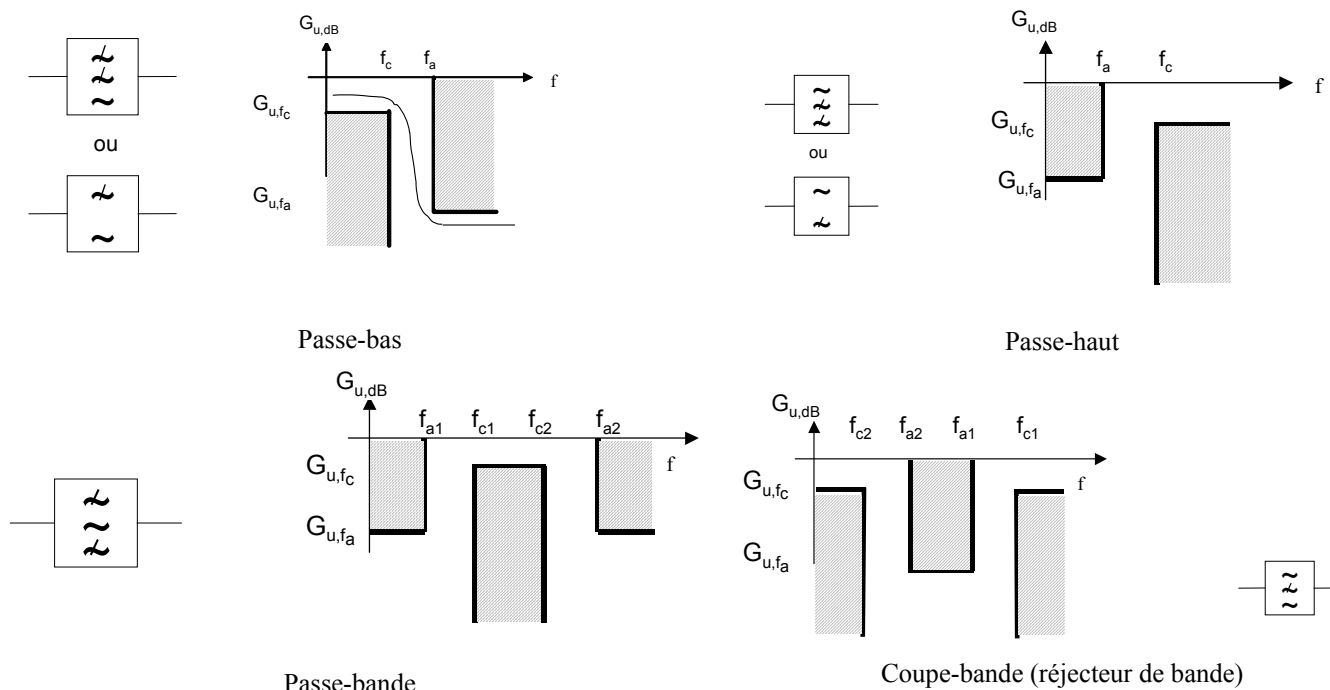
$$\langle i_n^2 \rangle = 2eI\Delta f$$

Ce modèle doit cependant être dans certains cas affiné en y introduisant certains phénomènes de second ordre, tels que :


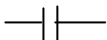
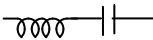
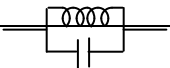
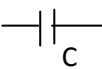

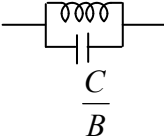
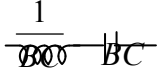
- *la diffusion thermique* : si celle-ci est forte, le bruit se transforme en **bruit thermique** ; en fait, il y a transition continue entre les deux types de bruit ;
- *le piégeage, le dépiégeage et la recombinaison* des porteurs, qui peuvent affaiblir l'intensité du bruit de grenaille et modifier sa distribution spectrale (**bruit de génération-recombinaison** ou bruit GR) ;
- *la forme temporelle* de la contribution électrique de chaque porteur (qui n'est pas forcément une impulsion de type **Dirac**) ; ce phénomène fait que le bruit n'est pas parfaitement **blanc**.

En électronique, les principales sources de bruit de grenaille sont les jonctions PN et Schottky que l'on trouve dans les **diodes**, les **transistors bipolaires** et au niveau des grilles des **transistors JFET**.

# ....oui mais quelle Valeur de $\Delta f$ ?



**Transformations fréquentielles des éléments d'un filtre LC**

Filtre passe-bas	Filtre passe-haut	Filtre passe-bande de largeur B	Filtre réjecteur de bande de largeur B
$p$	$p \rightarrow \frac{1}{p}$	$p \rightarrow \frac{1}{B} \left( p + \frac{1}{p} \right)$	$p \rightarrow \left( p + \frac{1}{p} \right)$
	$C = \frac{1}{L}$ 	$\frac{L}{B} \quad \frac{B}{L}$ 	$LB$ $\frac{1}{LB}$ 
 $C$	 $L = \frac{1}{C}$	$\frac{B}{C}$  $\frac{C}{B}$	 $\frac{1}{BC}$



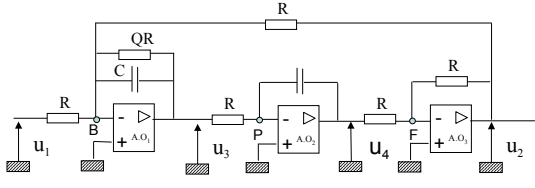
## Architectures de filtres

On pourra déterminer le type d'architecture de filtre en fonction du critère de sensibilité ; donné dans le cas de la sensibilité du gain A à la variation d'un élément  $x_i$ , par l'expression:

$$S_{x_i}^A = \frac{\partial A}{\partial x_i} \frac{x_i}{A} = \frac{\frac{\Delta A}{A}}{\frac{\Delta x_i}{x_i}}$$

Seuls les filtres ayant des sensibilités très faibles sont susceptibles d'applications industrielles.

Cellule de RAUCH		$\underline{T}_u = \frac{u_s}{u_e} = - \frac{Y_1 Y_3}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$
Cellule de SALLEN-KEY		$\underline{T}_u = \frac{u_s}{u_e} = k \frac{Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2)(Y_3 + Y_4) + Y_3(Y_4 - k Y_2)}$ avec $k = 1 + \frac{R_1}{R_2}$
Cellule Universelle Ou Cellule de KERWIN HUELSMAN NEWCOMBE		<p>passé-bas en <math>u_2</math> avec</p> $\frac{u_2}{u_1} = \frac{2Q-1}{Q} \frac{1}{1 + \frac{RC}{Q} j\omega - R^2 C^2 \omega^2}$ <p>passé-haut en <math>u_4</math> avec</p> $\frac{u_4}{u_1} = \frac{2Q-1}{Q} \frac{-R^2 C^2 \omega^2}{1 + \frac{RC}{Q} j\omega - R^2 C^2 \omega^2}$ <p>avec passé-bande en <math>u_3</math> avec</p> $\frac{u_3}{u_1} = \frac{2Q-1}{Q} \frac{-jRC\omega}{1 + \frac{RC}{Q} j\omega - R^2 C^2 \omega^2}$

Cellule de TOW et THOMAS		<p>passé-bas en <math>u_2</math></p> $\frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{1 + \frac{jRC\omega}{Q} - R^2C^2\omega^2}$ <p>passé-bande en <math>u_3</math></p> $\frac{u_3}{u_1} = -\frac{jRC\omega}{1 + \frac{jRC\omega}{Q} - R^2C^2\omega^2}$
--------------------------------	---	---

### I.1.- Détermination de la fonction de transfert à partir du gabarit

Le processus de normalisation permet de ramener tout type de filtre à la recherche de la fonction de transfert du filtre passe-bas défini par les contraintes du gabarit. Analytiquement, le problème à résoudre est la détermination de la fonction  $M(x)$  qui représente le module de  $H(x)$ , fonction de transfert du filtre, à partir des trois équations :

- Pour  $x < 1$ , le module exprimé en dB de la fonction de transfert doit présenter une atténuation maximale en bande passante soit  $20\lg[M(x)] > G_{u,fc}$  où  $G_{u,fc}$  représente le module exprimé en dB de la fonction à la fréquence de coupure soit pour  $x=1$ ,
- Pour  $x=1$ ,  $M(1)=10^{G_{u,fc}/20}$
- Pour  $x > 1$ , soit dans la bande atténuée du filtre passe-bas, on doit satisfaire un critère d'atténuation minimale  $G_{u,fa}$  déterminée pour  $x=f_a/f_c=1/k$  d'où la relation  $20\lg[M(x)] < G_{u,fa}$ .

On ne sait calculer analytiquement qu'un petit nombre de fonctions caractéristiques répondant convenablement à ces critères que l'on peut distinguer selon deux catégories de fonctions selon si elles se présentent:

- sous la forme d'une fraction rationnelle (fonctions de Cauer, Chebyshev inversé,...)
- sous la forme d'un polynôme (Butterworth, Chebyshev, Legendre...)

Les fonctions rationnelles  $M(x)$  donneront pour un gabarit donné un filtre d'ordre inférieur, au prix d'une plus grande difficulté de réalisation et de réglage, liés entre autre aux zéros de transmission. Les réponses de Butterworth et Chebyshev sont présentées ci-après.

#### a) Réponse de Butterworth

On admet que la fonction de transfert de Butterworth qui satisfait aux critères énoncés est de la forme :

$$M(x) = \frac{1}{(1 + \varepsilon^2 x^{2n})^{1/2}}$$

avec  $n$  ordre du filtre et  $\varepsilon$  paramètre définissant l'atténuation à la fréquence de

coupure.

Dès lors, les trois conditions imposées par le gabarit du filtre passe-bas permettent de déterminer les paramètres de la fonction de Butterworth avec :

$$10 \lg(1 + \varepsilon^2) = G_{u,fc} \quad \text{et} \quad 20 \lg \frac{1}{(1 + \varepsilon^2 x^{2n})^{1/2}} < G_{u,fa}$$

avec  $A_1$  et  $A_2$  facteurs d'atténuation positifs définis respectivement pour  $x=1$  et  $x=1/k$  soit  $A_1 = -G_{u,fc}$  et  $A_2 = -G_{u,fa}$ .

On en déduit les paramètres de Butterworth que l'on représente souvent sur des abaques :

$$\varepsilon^2 = 10^{G_{u,fc}/10} - 1 \quad \text{et} \quad n > \frac{\lg(10^{-G_{u,fa}/10} - 1) - 2 \lg \varepsilon}{2 \lg(1/k)}$$

Remarque : On a souvent pour habitude de considérer que toutes les réponses de Butterworth ont une atténuation de 3dB à la fréquence de coupure du filtre, soit  $G_{u,fc} = -3\text{dB}$  pour  $x=1$ , d'où  $\varepsilon=1$  et la simplification de la définition de l'ordre minimal

$$n > \frac{\lg(10^{-G_{u,fa}/10} - 1)}{2 \lg(1/k)}$$

Pour obtenir la transmittance du filtre satisfaisant aux trois critères du gabarit, on cherche la fonction rationnelle  $H(jx)$  qui admet  $M(x)$  comme module, où les pôles doivent impérativement être à partie réelle négative sous peine d'instabilité du filtre. De par la définition de la fonction de Butterworth la fonction rationnelle est donnée par la résolution des racines  $n$ -ièmes à partie réelle négative de 1. On résume dans le tableau suivant les fonctions d'atténuation  $H^{-1}(jx)$  jusqu'à l'ordre  $n=6$ .

Ordre du filtre	Fonctions d'atténuation normalisées (ou fonctions de Butterworth):  $H^{-1}(jx)$
1	$1 + (jx)$
2	$1 + \sqrt{2}(jx) + (jx)^2$
3	$(1 + jx)[1 + jx + (jx)^2] = 1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3$
4	$[1 + 1,848jx + (jx)^2][1 + 0,7653jx + (jx)^2] = 1 + 2,613jx + 3,414(jx)^2 + 2,613(jx)^3 + (jx)^4$
5	$[1 + jx][1 + 0,618jx + (jx)^2][1 + 1,618jx + (jx)^2] =$ $= 1 + 3,236jx + 5,236(jx)^2 + 5,236(jx)^3 + 3,236(jx)^4 + (jx)^5$
6	$[1 + \sqrt{2}jx + (jx)^2][1 + 1,932jx + (jx)^2][1 + 0,5176jx + (jx)^2] =$

	$1 + 3,864jx + 7,464(jx)^2 + 9,142(jx)^3 + 7,464(jx)^4 + 3,864(jx)^5 + (jx)^6$
--	--

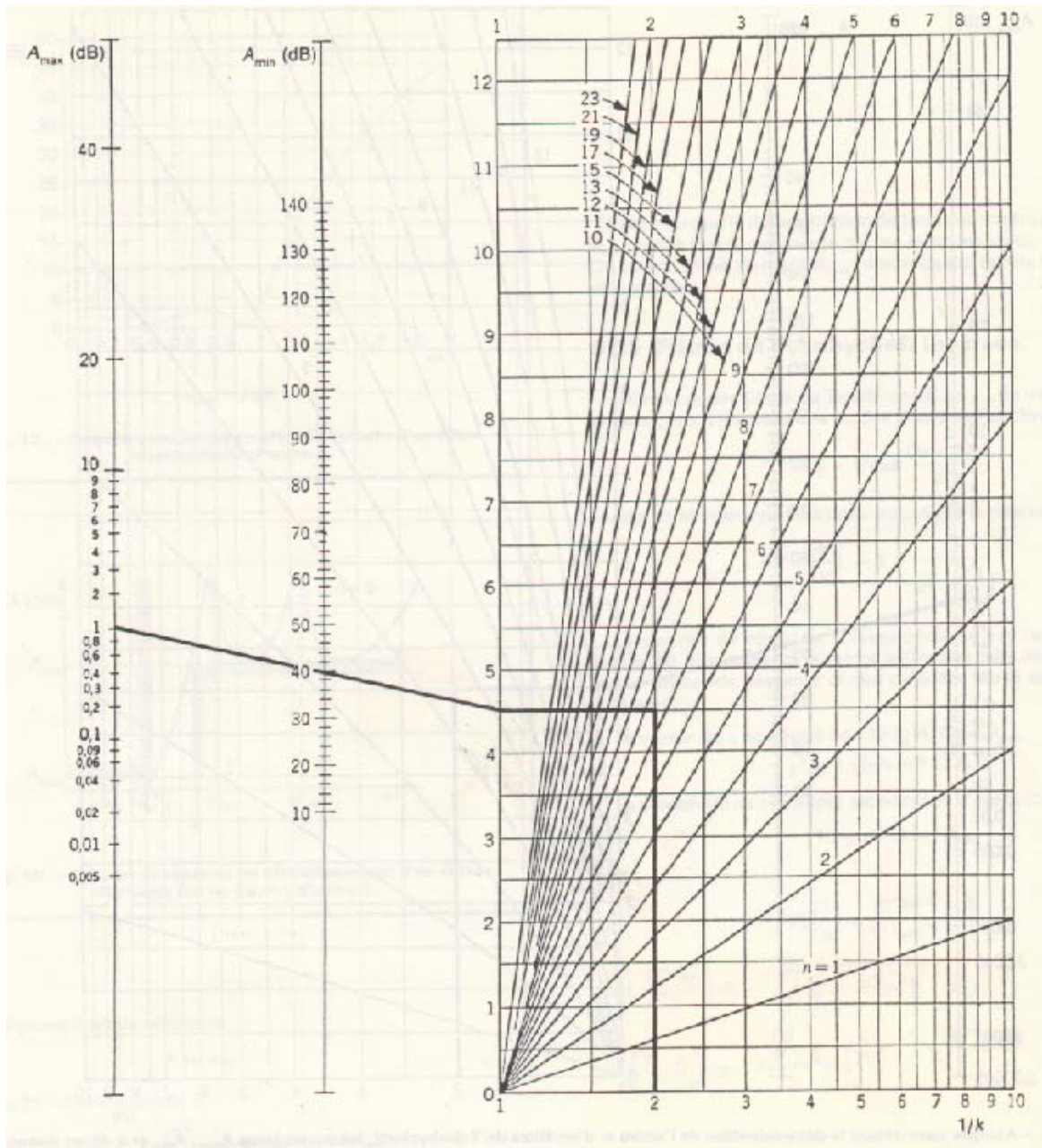
Tableau Polynômes Butterworth

Remarque : A partir de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre deux

$H(x) = \left[ 1 + j\sqrt{2}x + (jx)^2 \right]^{-1}$ , on obtient la forme canonique normalisée du filtre passe-haut F(x) en appliquant le changement de variable  $jx \rightarrow (jx)^{-1}$  :

$$F(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}(jx)^{-1} + (jx)^{-2}} = \frac{(jx)^2}{1 + jx\sqrt{2} + (jx)^2} = \frac{(jx)^2}{1 + jx/Q + (jx)^2}$$

avec le facteur de qualité  $Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$



### b) Réponse de Chebyshev

Pour l'anecdote, étant donnée l'impossibilité de transcrire du russe dans notre alphabet, il semble délicat d'attribuer une seule orthographe au nom de son inventeur : Chebyshev semble être l'orthographe la plus proche, même si on trouvera les dénominations Chebychev, Chebycheff, ou encore Tchebycheff.

Dans le cas d'une résolution par Chebyshev, la fonction à identifier est de la forme :

$$M(x) = \left[ 1 + \varepsilon^2 C_n^2(x) \right]^{-1/2}$$

où  $n$  est l'ordre du filtre fonction du gabarit,  $\varepsilon$  est un facteur et  $C_n(x)$  un polynôme défini par la récurrence :  
 $C_0(x)=1, C_1(x)=x, C_{n+1}(x)=2xC_n(x)-C_{n-1}(x)$

La condition du gabarit à la fréquence de coupure, définie pour  $x=1$ , est facilement mise en équation étant donné que quel que soit l'ordre du filtre, tous les polynômes étant égaux à 1, le module de la fonction de transfert est défini par :

$$20 \lg M(x=1) = -10 \lg(1 + \varepsilon^2) = G_{u,fc} \text{ et ne sera égal à } -3\text{dB que pour } \varepsilon=1.$$

Pour les fréquences inférieures à la fréquence de coupure, soit  $x < 1$ , en effectuant le changement de variable  $x = \cos\phi$ , les polynômes définies par la récurrence se simplifient :

$$C_0(x) = \cos 0 = 1, C_1(x) = \cos \phi,$$

et en supposant la récurrence vraie à l'ordre  $n$  on démontre à l'ordre  $(n+1)$ :

$$C_{n+1}(x) = 2 \cos \phi \cos n\phi - \cos[(n-1)\phi] = \cos[(n+1)\phi] + \cos[(n-1)\phi] - \cos[(n-1)\phi] = \cos[(n+1)\phi]$$

ce qui valide la récurrence.

Dès lors, pour  $x \leq 1$ , soit dans la bande passante,  $C_n(x) = \cos n\phi$  étant toujours inférieur à 1, la courbe de réponse de  $M(x)$  ondule entre 0dB et  $-10 \lg(1 + \varepsilon^2)$ .

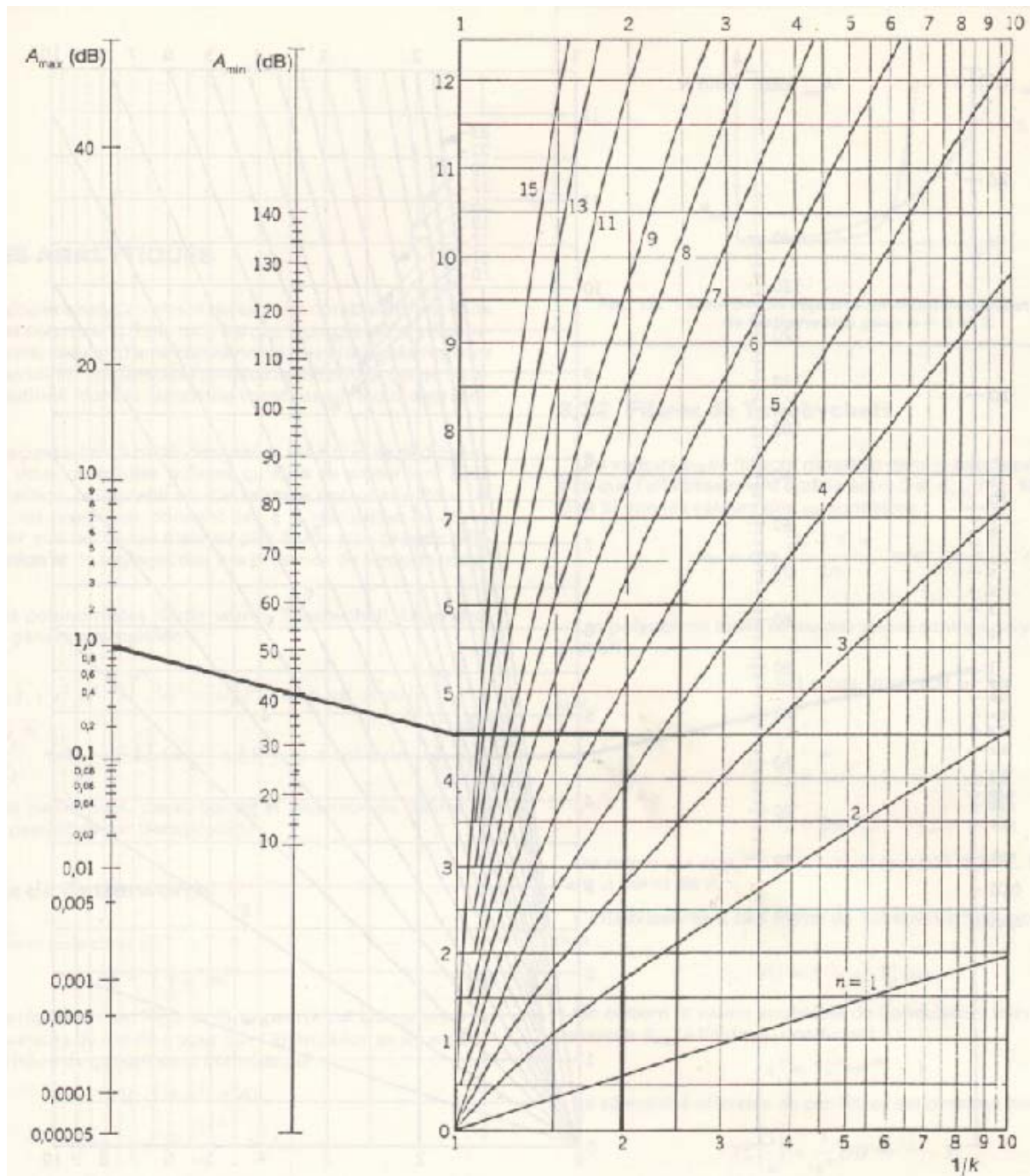
Pour les fréquences supérieures à l'unité, soit  $x > 1$ , on ne peut plus appliquer le changement de variable précédent. En revanche, pour  $x$  très supérieur à 1, en effectuant l'approximation  $C_n(x) \approx 2xC_{n-1}(x)$ , on identifie la fonction  $C_n(x)$  comme une progression géométrique de raison  $2x$  d'où  $C_n(x) = (2x)^n / 2$  pour  $n \geq 1$ . La fonction module  $M(x)$  peut se simplifier selon:

$$M(x) = \left[ 1 + \frac{\varepsilon^2}{4} (2x)^{2n} \right]^{-1/2} \approx \frac{\varepsilon}{2} (2x)^n \approx \left[ \frac{2\omega \left( \frac{\varepsilon}{2} \right)^{1/n}}{\omega_0} \right]^{-n} \approx \left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^{-n} \text{ avec } \omega_1 = \frac{\omega_0}{2} \left( \frac{2}{\varepsilon} \right)^{1/n}$$

On en déduit comme asymptote à la courbe  $20 \lg M(x)$ , une droite de pente  $-20n$  décibels par décade passant par la pulsation  $\omega_1$ .

Dès lors la détermination de la fonction de transfert s'effectue en cherchant les racines à partie réelle négative de la fonction module  $M(x)$  dont les paramètres  $\varepsilon$  et  $n$  ont respectivement été déterminés à partir de l'ondulation maximale acceptée dans la bande passante et à partir de la pente de l'asymptote donnée par  $G_{u,fa}$ .



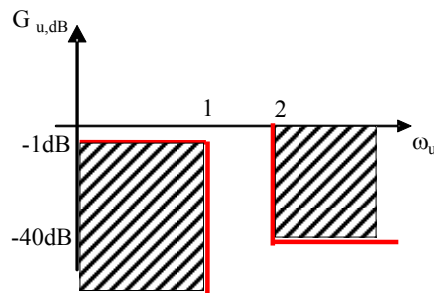


## Du concret...

### I.2.- Synthèse du schéma électronique du filtre

Appliquons la méthode décrite sur l'exemple de synthèse d'un filtre passe-bas où on spécifie un affaiblissement maximal en bande passante de 1dB de 0 à 1kHz et affaiblissement minimal en bande atténuée de 40dB au delà de 2kHz.

La première étape consiste à tracer le gabarit du filtre spécifié en normalisant les unités.



La synthèse du polynôme par Chebyshev avec une ondulation résiduelle de 1dB impose un ordre 5 pour le filtre, d'où la détermination des racines à partie réelle négative pour l'équation :

$1 + [10^{(1/10)} - 1] C_5^2(x) = 0$ . Une telle résolution ne peut être que numérique, et un calculateur donnerait les racines :

$$p_i = \pm 0,0895 \pm 0,9901 j$$

$$p_i = \pm 0,2342 \pm 0,6119 j$$

$$p_i = \pm 0,2895$$

En ne conservant que les racines à partie réelle négative, on détermine l'expression de la fonction de transfert :

$$H^{-1}(jx) = 8,14(jx)^5 + 7,63(jx)^4 + 13,75(jx)^3 + 7,93(jx)^2 + 4,73(jx) + 1$$

Ce qui se factorise en produit de fonctions biquadratiques sous la forme :

$$H^{-1}(jx) = [1,0118 (jx)^2 + 0,181 (jx) + 1] [2,3294 (jx)^2 + 1,0911 (jx) + 1] [3,4553 (jx) + 1]$$

On peut noter que l'ordre du filtre est impair, on réalise électroniquement le filtre en connectant en cascade deux cellules biquadratiques et une cellule d'ordre 1. La cellule d'ordre 1 devant impérativement être réalisée par un montage à base d'A.O on pourrait optimiser le nombre d'A.O utilisés en travaillant avec un ordre pair du filtre. Cela reviendrait soit à revoir les spécifications du gabarit.

Supposons que l'on conserve les spécifications, on synthétise électroniquement le filtre à partir par exemple de deux cellules biquadratiques type Sallen-Key et d'un réseau RC. On rappelle que la fonction de transfert de la cellule Sallen-Key de la figure(\ref{faskb}) est donnée par :

$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{k}{R^2 C_1 C_2 (j\omega)^2 + R(2C_2 + (1-k)C_1)j\omega + 1} \text{ avec } k = \frac{r+R}{R} \text{ avec dans notre exemple } k = 1$$

Par identification avec la fonction de transfert du filtre spécifié on détermine la valeur des éléments normalisés du filtre :

- i) pour la première cellule type Sallen-Key on a  $R^2 C_1 C_2 = 1,0118$  et  $2RC_2 = 0,181$
- ii) pour la seconde cellule on a  $R^2 C_1 C_2 = 2,3294$  et  $2RC_2 = 1,0911$
- iii) alors que pour la cellule RC on a  $RC = 3,4553$

En choisissant arbitrairement comme résistance normalisée  $R_n = 1$ , on en déduit les valeurs normalisées des autres composants

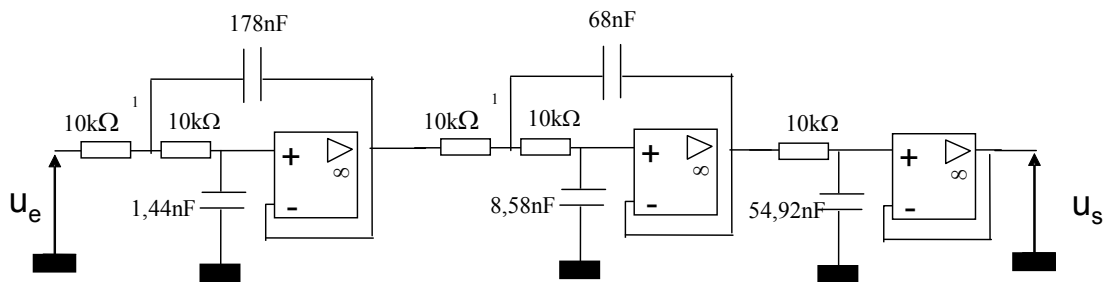
- i)  $C_2 = 0,0905 C_u$  et  $C_1 = 11,18 C_u$  pour la première cellule
- ii)  $C_2 = 0,5455 C_u$  et  $C_1 = 4,27 C_u$  pour la seconde cellule
- iii)  $C = 3,4553 C_u$  pour le réseau RC.

Les valeurs physiques des capacités sont obtenues en dénormalisant. La fréquence unité  $f_u$  étant de 1kHz, si l'on choisit comme unité de résistance  $R_u = 10k\Omega$ , l'unité de capacité se déduit de :

$$C_u = \frac{1}{R_u \omega_u} = \frac{1}{10 \cdot 10^3 2\pi 1 \cdot 10^3} = 15.92 nF .$$

Il faut remarquer que l'impédance  $R = R_n R_u = 10k\Omega$ , représentant l'impédance d'entrée de la cellule de Sallen-Key, elle doit être assez grande pour garantir les contraintes de non saturation en courant de l'A.O et d'adaptation d'impédance d'où la multiplication sans pertes des fonctions de transfert des cellules (cf. chapitre 9).

D'où les valeurs réelles des composants du filtre passe-bas et l'architecture du filtre passe-bas spécifié (Fig. (\ref{fasyc})) :



figure(\ref{fasyc})



# MATLAB et Filtrage

Deux techniques peuvent être utilisées pour déterminer le polynôme NORMALISE à partir du gabarit ou plus exactement de l'**ORDRE** du filtre :



## Technique1 (la plus rapide) : utiliser les macros de MATLAB

- Nom du type de résolution par exemple Cheby1 (appeler la fonction help cheby1 pour utilisation) en se rappelant que l'on est en filtrage analogique et que l'on utilise la variable s. Puis décomposer en produit de fonctions biquadratiques.



## Technique2 (la plus stupide même si élégante ...car on ré-écrit une macro de Matlab)

- résoudre l'équation de Fedkeller

Un exemple...qui marche...et donnerait la même chose que la simple ligne : Cheby1(5,1,1,'s')



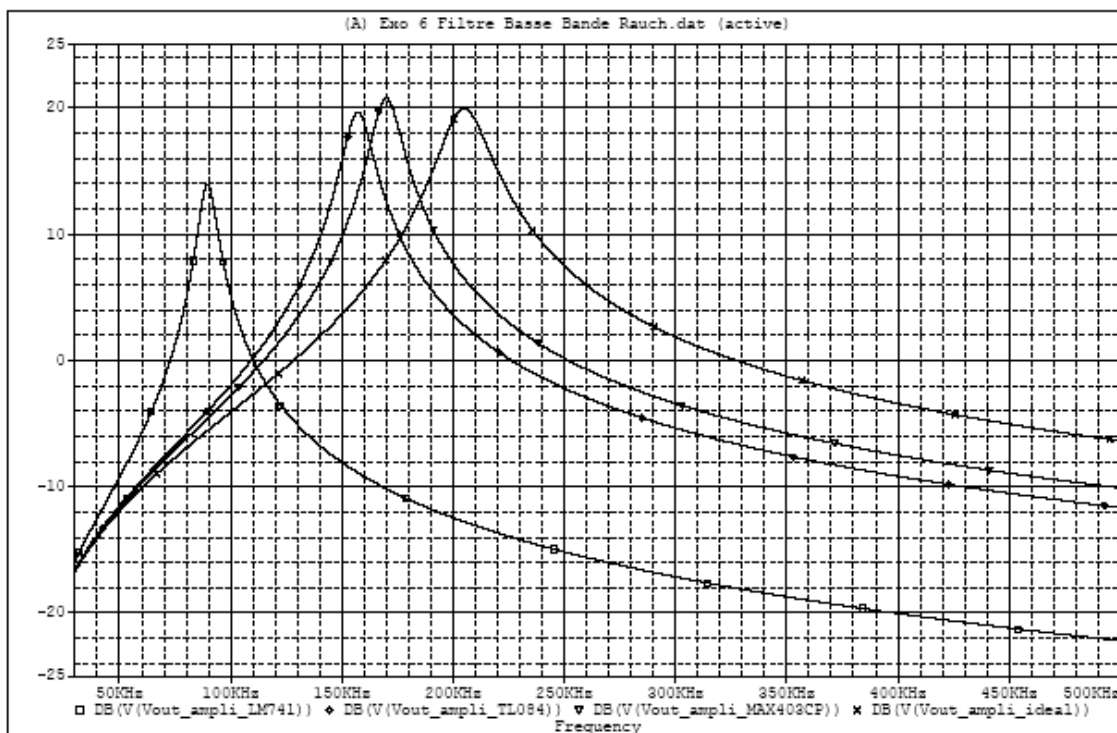
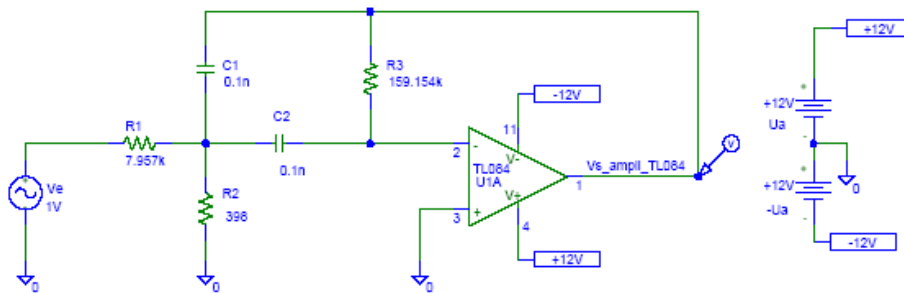
```
% Filtre passe-bas de Tchebycheff, ordre 5, MATLAB File
eps_carre = -1 + 10^0.1
polynome = [16 0 20 0 5 0] % Attention c'est un Polynome en p
poly_carre = conv(polynome,polynome)
poly_jyf = poly_carre * (- eps_carre)
[a,b] = size(poly_jyf)
poly_jyf(b) = 1 + poly_jyf(b)
e = poly_jyf %attention a la modif en p
poles = roots(e)
[m,n]=size(poles)
polesneg=[];
k=1;
% Recherche des poles à partie réelle négative
for i = 1:m;
    if(real(poles(i))<0)
        polesneg(k)=poles(i);
        k=k+1;
    end
end
poles_neg = polesneg'
h_inv = poly(poles_neg)
% Attention, des erreurs de calcul peuvent donner des valeurs im pour le polynome
[o,p]=size(h_inv)
h_inverse=[];
for l = 1:p;
    h_inverse(l) = real(h_inv(l));
end
% Multiplication du polynome par E0
h_inverse_filtre = h_inverse*16*sqrt(eps_carre)
num_h = [1]
den_h = h_inverse_filtre
h = [num_h,den_h]
% Affichage de la fonction de transfert
printsys(num_h,den_h,'p')
% Trace dans le diagramme de Bode
figure(1)
bode(num_h,den_h)
```



## SPICE et Filtrage

A partir des valeurs des éléments R et C obtenues après dénormalisation, il est souhaitable d'effectuer une simulation électrique, type SPICE, afin de valider les variations de caractéristiques du filtre en fonction des valeurs standardisées des éléments passifs et aussi du type d'A.O.

Par exemple, ci-dessous, le résultat d'une simulation SPICE d'un filtre passe-bande avec différents types de modèles d'A.O.





## Quelques grandeurs physiques d'AO

Type AOP	A.O Idéal	LM741C	TL072C	OPA2604	THS 4062 C/I
Fabricant		National Semiconducteur	ST Microelectronics	Burr-Brown	Texas Instruments
Paramètre					
Nombre d'A.O par boîtier	x	1	2	2	2
Gain en Boucle Ouvverte ( $G_0$ )	$\infty$	200V/mV $\Rightarrow 106 \text{ dB}$	200V/mV $\Rightarrow 106 \text{ dB}$	100dB	15V/mV $\Rightarrow 83,5 \text{ dB}$
$f_T$ (Bandwidth)	$\infty$	1.5 MHz	2 MHz	20MHz	50MHz
$f_0$ fréquence de coupure (Bande Passante en Boucle Ouvverte)	$\infty$	Déduit de $f_T=f_0G_0$ $\Rightarrow 7.5 \text{ Hz}$	Déduit de $f_T=f_0G_0$ $\Rightarrow 20 \text{ Hz}$	Déduit de $f_T=f_0G_0$ $\Rightarrow 200 \text{ Hz}$	Déduit de $f_T=f_0G_0$ $\Rightarrow 3333 \text{ Hz}$
$R_e$ (input resistance)	$\infty$	$2 \cdot 10^6 \Omega$	$10^{12} \Omega$	$10^{12} \Omega$ en parallèle avec 8pF	$10^6 \Omega$ en parallèle avec 2pF
$i_{smax}$	$\infty$	25mA	40mA	$\pm 35 \text{ mA}$	115mA
Tension d'alimentation (Power supply, typical $V_{cc}$ )	alimentation bipolaire: $\pm u_{ALIM}$  alimentation unipolaire: $+u_{ALIM}$ et zéro Volts	$\pm 15 \text{ V}$	$\pm 15 \text{ V}$	$\pm 15 \text{ V}$	$\pm 15 \text{ V}$
Courant de polarisation ( $I_p$ polar current)	0	80nA	65pA	100pA	3 $\mu$ A

Courant d'offset (Id offset current)	0	20nA	5pA	$\pm 4\text{pA}$	75nA
Tension d'offset (input offset voltage)	0	2mV	3mV	$\pm 1\text{mV}$	2,5mV
Vitesse maximum de balayage  (Slew rate)	$\infty$	0,5V/ $\mu\text{s}$	16V/ $\mu\text{s}$	25V/ $\mu\text{s}$	400V/ $\mu\text{s}$
Température d'utilisation	x	0°C à 70°C	0°C à 70°C <small>(avec le suffixe M : gamme militaire -55°C à 125°C)</small>	-40°C à +100°C	0°C à 70°C

# Travaux Dirigés

## TD<sub>1</sub> : Notions élémentaires de calcul de bruit

1. Calculer la valeur efficace  $\sigma_{u0}$  de la tension à vide due au bruit thermique d'une résistance  $R=220k\Omega$ , à température ambiante, dans une bande passante de 20kHz.
2. Exprimer cette quantité en  $V \cdot Hz^{-1/2} \Omega^{-1/2}$  à une température de 300K.
3. Conclure sur l'avantage et l'inconvénient du choix d'une résistance de forte valeur.

## TD<sub>2</sub> : Bruit sur l'entrée de l'oscilloscope

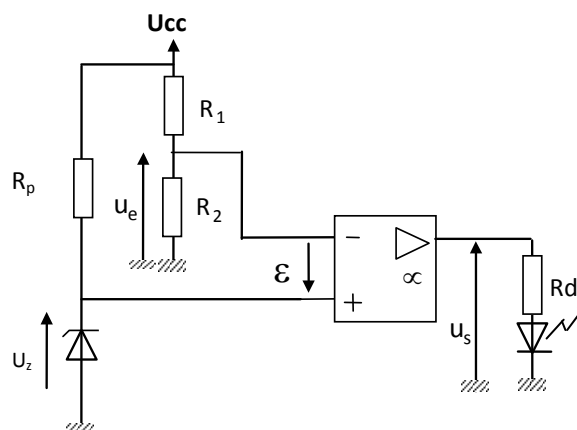
L'impédance d'entrée d'un scope est modélisée par la mise en parallèle d'un condensateur de capacité  $C=50pF$  avec un résistor de résistance  $R=1M\Omega$ . En supposant infinie la bande passante des étages d'entrée amplificateurs du scope, et en négligeant une quelconque génération interne de bruit, calculer la valeur efficace de la tension de bruit thermique à vide à l'entrée.

Nota : on rappelle le résultat mathématique suivant : 
$$\int_0^{\infty} \frac{\partial x}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a}$$

## TD<sub>3</sub> : Bruit sur de grenaille d'un composant Semi-Conducteur

Estimer la valeur efficace du générateur de courant équivalent de bruit de grenaille pour une diode polarisée en direct sous 346mV, dans une largeur de bande de 20kHz ; en considérant les données constructeur suivantes : courant de saturation de 1nA.

## TD<sub>4</sub> : Déclenchement d'un signal d'alerte « Low Batterie »



On considère le montage comparateur ci-dessus alimenté par les deux sources de tension symétriques  $\pm 9V$  non représentées.

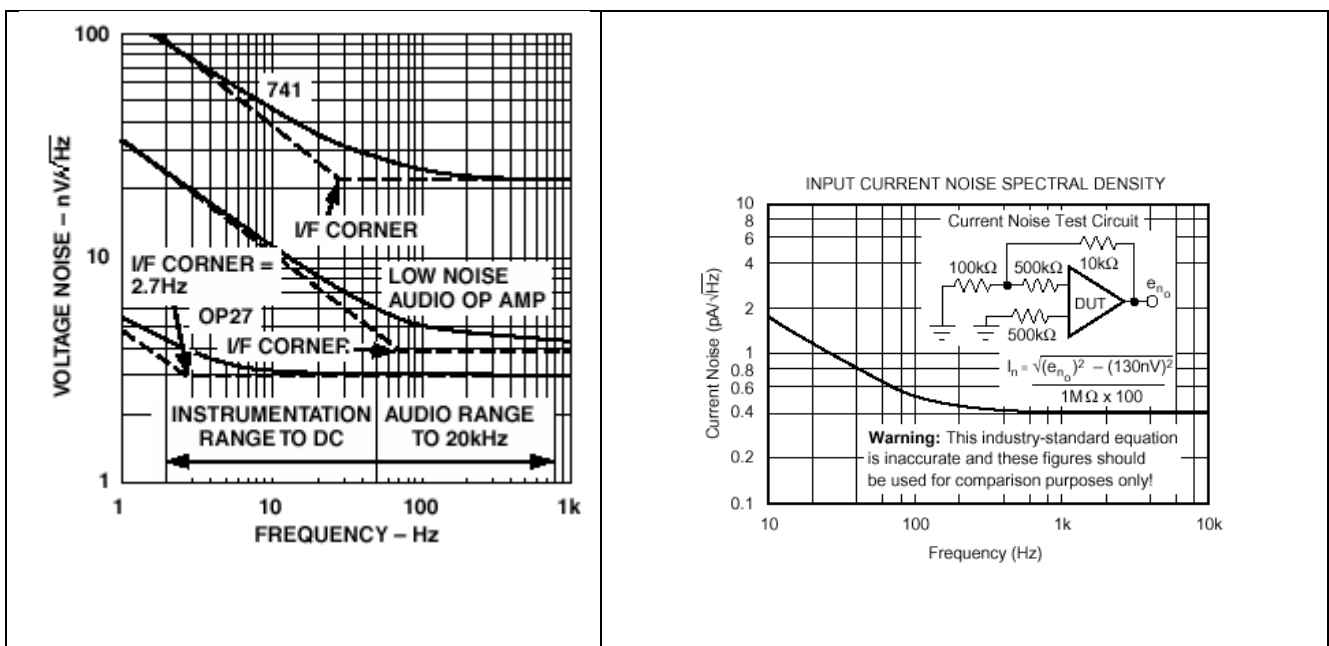
On souhaite détecter une baisse de 20% de la tension de la batterie  $U_{cc}$  dont la fem nominale est de 15V (batterie de PC portable). La diode Zener est de type BZX55-5,1, ce qui signifie que  $U_z=5,1V$  et que son boîtier lui permet de dissiper 500mW. On impose  $R_z=20k\Omega$ .

1. Calculer la valeur de la résistance  $R_1$  qui garantit la détection d'une chute de 20% de la fem de la source de tension.
2. Calculer la valeur minimale de la résistance de polarisation de la diode Zener.
3. calculer la valeur maximale de cette même résistance, en considérant que le courant minimal de polarisation est de 5mA.
4. On pose  $R_p=1000\Omega$ . Estimer la tension de bruit sur l'entrée non inverseuse de l'AO en considérant le bruit thermique et le bruit de grenaille. On supposera une largeur de bande de 1MHz. Ce résultat modifie t-il les caractéristiques de détection ?

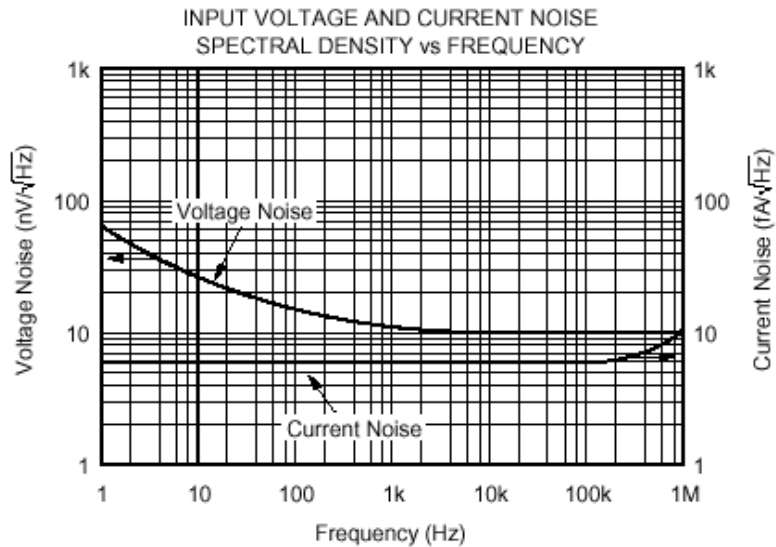
### TD<sub>5</sub> : Bruit interne et choix d'un AO

La valeur de la tension efficace de bruit est fonction du type d'A.O utilisé, de son architecture et aussi de la technologie. A titre d'illustration on donne ci-dessous un extrait de la documentation constructeur pour deux AOs :

- à transistors bipolaires, par exemple l'OPA27 dont le produit gain-bande (ou fréquence de transition  $f_T$ ) est donné par le constructeur à 8 MHz,
- à transistors FET, par exemple l'OPA2604, avec  $f_T=20MHz$ .



LM741 et OPA à transistors bipolaires



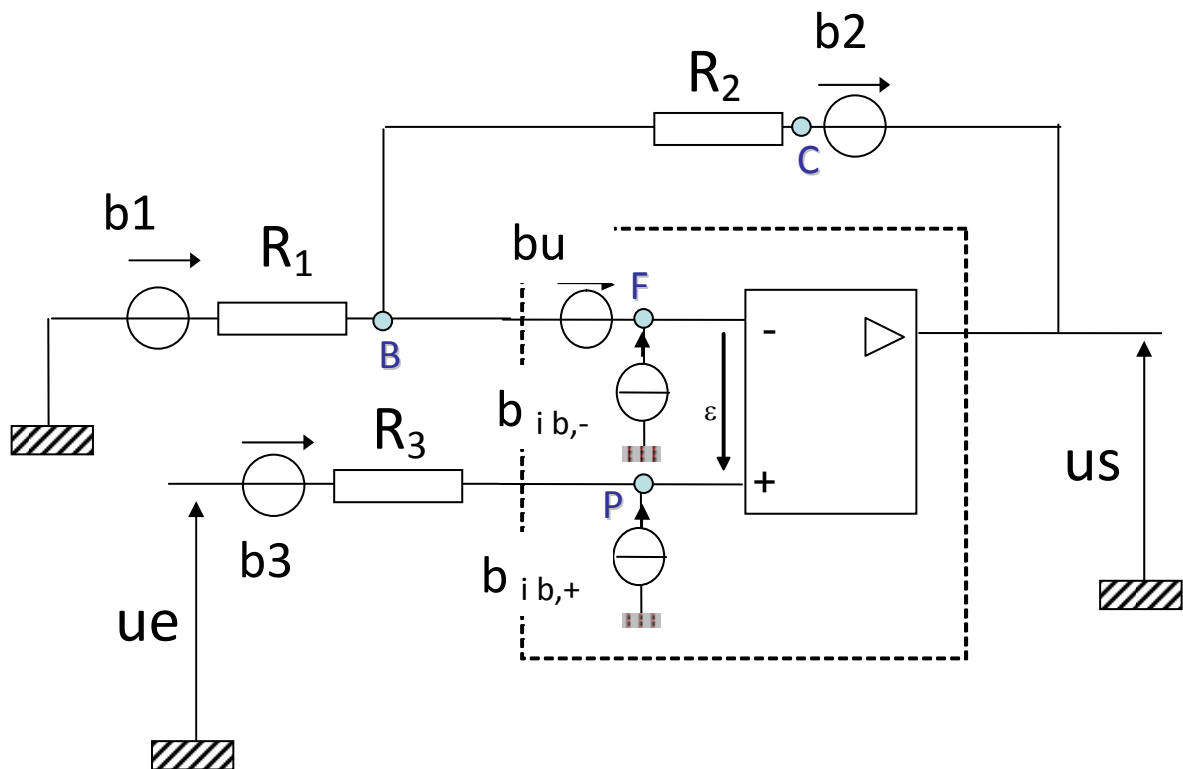
OPA 2604 à transistors FET

1. Calculer les puissances spectrales de bruit pour les 3 types d'AO.
2. On réalise un montage amplificateur non inverseur de gain stationnaire 40dB.
  - a. Calculer la fréquence de coupure dans le cas où on utilise l'AO 2604 ou l'OPA27.
  - b. En déduire les bandes équivalentes de bruit.

**TD<sub>6</sub> : Bruit dans un montage amplificateur non inverseur**

On a représenté dans le montage amplificateur non inverseur les sources de bruit, en distinguant :

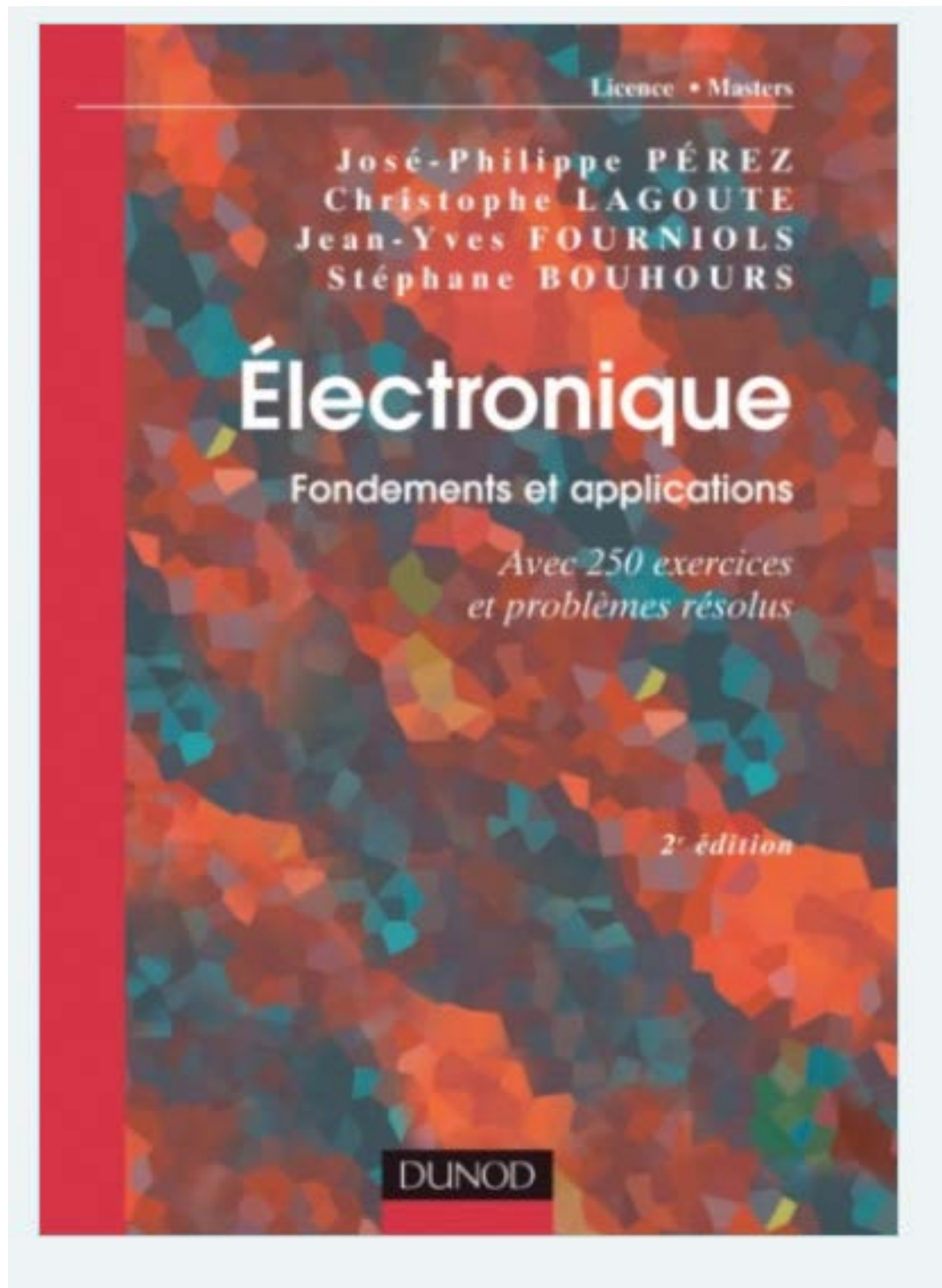
- les sources de bruit interne à l'AO :
  - $b_{ib,+}$  et  $b_{ib,-}$  associées aux courants de polarisation,  $i_{b,+}$  et  $i_{b,-}$ ,
  - $b_{ud}$  associée à la tension de décalage  $u_d$  (ou tension d'offset),
- les sources de bruit externe à l'AO, associées aux résistances du montage :
  - $b_{u,1}$  ;  $b_{u,2}$  ;  $b_{u,3}$  .



1. Calculer l'expression de la tension de sortie  $u_s$  en faisant apparaître l'expression de la tension de bruit  $b_{u,s}$ .
2. Quelle valeur de  $R_3$  minimise  $b_{u,s}$ . Pourquoi ?
3. En considérant les sources de bruit indépendantes, et en remplaçant  $R_3$  par sa valeur optimale, identifier dans l'expression  $b_{u,s} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_{AO}^2}$  les expressions de  $\sigma_{AO}^2$  et  $\sigma_r^2$  variances des éléments internes à l'AO ou spécifiques au montage à rétroaction négative.
4. Application numérique pour les 2 AOs.
5. Estimer l'incidence sur la précision de conversion numérique d'un tel signal par un CAN 16bits, dont la pleine échelle (Full Scale Range) est égale à 5V.



## Exercice extrait de



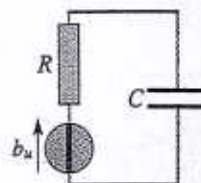


FIG. 17.7.

On déduit le carré de la tension de bruit, aux bornes du condensateur, en sommant la puissance  $|b_{u,C}|^2$  sur tout le domaine spectral :

$$\sigma_{u,C}^2 = \int_0^\infty |b_{u,C}|^2 df = 4k_B T R \frac{1}{1+f_c^2/f_c^2} df = 4k_B T R f_c \int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{2}{\pi} \frac{k_B T}{C} \left\{ \arctan x \right\}_0^\infty$$

Par conséquent :

$$\sigma_{u,C}^2 = \frac{k_B T}{C} \quad \text{et} \quad b_{u,C} = \sigma_{u,C} = \left( \frac{k_B T}{C} \right)^{1/2}$$

Ce résultat est bien homogène à une tension, puisque  $k_B T$  a la dimension d'une énergie et d'une énergie divisée par le carré d'une tension.

Ordre de grandeur : pour  $T = 290 \text{ K}$  et  $C = 1 \mu\text{F}$ , on trouve  $\sigma_{u,C} = 63 \text{ nV}$ .

**Remarques :** 1) La puissance de bruit  $\sigma_{u,C}^2$  s'exprime en  $\text{V}^2$  et non en  $\text{W}$ , car, conformément à l'usage en électronique, nous avons systématiquement assimilé la puissance du signal à la tension ou du courant associés, ce qui revient à supposer que cette puissance est dissipée dans un conducteur ohmique, de résistance  $R = 1 \Omega$ .

2) Dans l'exemple précédent, la puissance trouvée augmente lorsque  $C$  diminue, devient donc infinie, lorsque  $C$  devient nul, c'est-à-dire en l'absence de  $C$ , ce qui est irréaliste. On résout ce paradoxe en rappelant que l'expression de la tension due au résistor est valable dans le seul domaine des fréquences suffisamment basses :  $hf/(k_B T) \ll 1$ .

3) Mise sous la forme  $C b_{u,C}^2/2 = k_B T/2$  l'expression donnant la tension de bruit de vérification du théorème de l'équipartition de l'énergie (cf. Thermodynamique).

#### IV.2. — Bruit dans les amplificateurs opérationnels

Comme les différents bruits sont généralement indépendants, et donc sans corrélation entre eux, le bruit qui affecte une grandeur physique d'un circuit, tension ou courant, s'obtient en exprimant la grandeur en fonction des signaux de bruit, et en sommant les variances des différentes contributions. Les circuits avec AO fournissent un bon exemple d'illustration de calcul du bruit dans un circuit.

##### a) Bruit interne de l'AO

Ce sont les imperfections de l'AO, tension de décalage et courants de polarisation (cf. chapitre 16) qui sont à l'origine de tensions et courants de bruit. Les puissances spectrales associées  $S_u(f)$  et  $S_i(f)$  s'expriment respectivement en  $\text{V}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$  et en  $\text{A}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ . Sur des graphes représentant  $\lg S_u$  ou  $\lg S_i$  en fonction de  $\lg f$ , on distingue :

i) à grande fréquence, une asymptote parallèle à l'axe des abscisses, caractéristique d'un bruit blanc, de grenaille ou thermique,

ii) à faible fréquence, une asymptote de pente égale à  $-1$ , caractéristique d'un bruit  $1/f$ , puisque  $\lg(1/f) = -\lg f$ .



En pratique, les constructeurs fournissent une documentation technique dans laquelle les graphes représentent, non pas les puissances spectrales de bruit en fonction de  $\lg f$ , mais leurs racines carrées,  $S_u^{1/2}$  ou  $S_i^{1/2}$ , qui s'expriment en  $V \cdot \text{Hz}^{-1/2}$  ou en  $A \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ , afin de faire apparaître explicitement une tension ou un courant (Fig. 17.8).

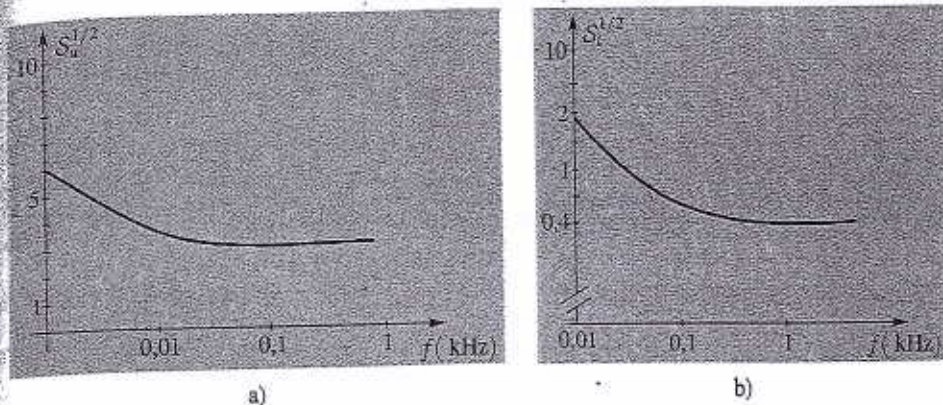


FIG. 17.8.

L'intersection des deux asymptotes définit la fréquence  $f_i$  dite d'intersection. Les tensions et les courants de bruit internes à l'AO, que l'on associe à la tension de décalage et aux courants de polarisation, peuvent se mettre sous les formes respectives suivantes :

$$S_u = S_{u,b} \left( 1 + \frac{f_i}{f} \right) \quad \text{et} \quad S_i = S_{i,b} \left( 1 + \frac{f_i}{f} \right)$$

$S_{u,b}$  et  $S_{i,b}$  étant les grandeurs relatives à la puissance spectrale du bruit blanc. Très souvent,  $f_i$  est faible devant la fréquence  $f$  du bruit, ce qui justifie l'assimilation de ces signaux à des bruits blancs.

La puissance spectrale de bruit, en tension ou en courant, dépend de la technologie de fabrication.

Pour l'OPA 27, qui est un AO à transistors bipolaires et à faible bruit, les puissances spectrales de bruit valent respectivement :

$$S_{u,b} = 9 \text{ nV}^2 \cdot \text{Hz}^{-1} \quad \text{et} \quad S_{i,b} = 0,16 \text{ pA}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$$

Pour l'OPA 2604, dont l'AO est constitué de transistors FET, on a :

$$S_{u,b} = 100 \text{ nV}^2 \cdot \text{Hz}^{-1} \quad \text{et} \quad S_{i,b} = 36 \text{ fA}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$$

Enfin, pour l'AO LM 741,  $S_{u,b} = 441 \text{ nV}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ .

On voit que, pour un montage à niveau de bruit imposé, le choix de l'AO est décisif.

#### b) Bruit externe de l'AO dans un montage amplificateur non inverseur

Pour comparer les performances des deux AO précédents, de types OPA 27 et OPA 2604, déterminons le bruit dans un montage, de gain fixé, que l'on utilise pour amplifier un signal audio avant sa numérisation.

Le Produit Amplification-Bande passante, brièvement PAB, que l'on appelle aussi gain unitaire fréquence de transition, diffère d'un AO à l'autre :

$$PAB = 8 \text{ MHz} \quad \text{pour l'OPA 27} \quad PAB = 20 \text{ MHz} \quad \text{pour l'OPA 2604}$$

En conséquence, à gain stationnaire de 40 dB, ce qui correspond à un facteur d'amplification en tension  $A_v = 100$ , les montages à rétroaction ont des bandes passantes à -3 dB différentes :



i)  $f_c = PAB/A_u = 80 \text{ kHz}$  pour l'OPA 27, ce qui reste en conformité avec la contrainte passante du signal audio,

ii)  $f_c = PAB/A_u = 200 \text{ kHz}$  pour l'OPA 2604, ce qui est largement supérieur aux 20 kHz nécessaires à un signal audio.

La bande équivalente de bruit  $B_e = f_c \pi / 2$  diffère donc d'un AO à l'autre :

$$B_e \approx 314 \text{ kHz} \text{ pour l'OPA 27} \quad \text{et} \quad B_e \approx 125 \text{ kHz} \text{ pour l'OPA 2604}$$

Sur la figure 17.9, on a représenté un montage amplificateur non inverseur avec ses sources de bruit. Plaçons-nous dans l'hypothèse déjà évoquée où l'influence du bruit en  $1/f$  est négligeable du bruit blanc. Le gain en tension imposé de 40 dB est obtenu par les résistances  $R_1 = R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ , alors que la résistance  $R_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \approx 1 \text{ k}\Omega$  permet de diminuer la tension de décalage produite par les courants de polarisation (cf. chapitre 9).

On distingue sur la figure :

i) les courants de bruits internes à l'AO,  $b_{i,b+}$  et  $b_{i,b-}$ , associés aux courants de polarisation de l'entrée non inverseuse et de l'entrée inverseuse, ainsi que la tension de bruit  $b_{u,d}$  correspondant à la tension de décalage,

ii) les bruits externes à l'AO, associés aux résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  du montage, respectivement  $b_{u,1}$ ,  $b_{u,2}$ ,  $b_{u,3}$ , supposés indépendants.

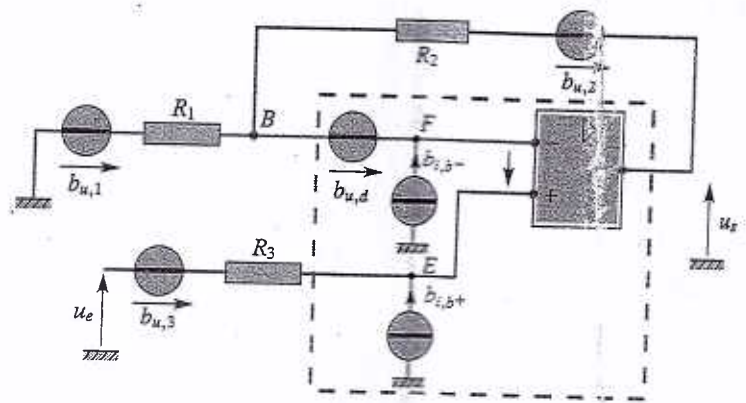


FIG. 17.9.

Exprimons la tension de sortie  $u_s$  en fonction de celle d'entrée  $u_e$  et des générateurs de bruit en régime linéaire. Égalons les tensions aux entrées inverseuse  $F$  et non inverseuse  $E$ . Il vient, en appliquant le théorème de Millman au nœud  $F$  :

$$u_F = u_B + b_{u,d} \quad \text{avec} \quad u_B = \frac{b_{u,1}/R_1 + (u_s - b_{u,2})/R_2 + b_{i,b-}}{1/R_1 + 1/R_2}$$

Ce même théorème, appliqué au nœud  $E$ , donne :

$$u_E = \frac{(b_{u,3} + u_e)/R_3 + b_{i,b+}}{1/R_3}$$

L'égalité des tensions  $u_F = u_E$  fournit alors l'équation :

$$b_{u,d} + \frac{R_2 b_{u,1} + R_1 (u_s - b_{u,2}) + R_1 R_2 b_{i,b-}}{R_1 + R_2} = b_{u,3} + u_e + R_3 b_{i,b+}$$



ce qui donne, en ordonnant et en simplifiant :

$$u_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_e + b_{u,s} \quad \text{où} \quad b_{u,s} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) (b_{u,3} + R_3 b_{i,b+} - b_{u,d}) + b_{u,2} - \frac{R_2}{R_1} b_{u,1} - R_2 b_{i,b-}$$

représente la tension de bruit en sortie. Comme  $R_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ , cette tension de bruit s'écrit

$$b_{u,s} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) (b_{u,3} - b_{u,d}) + R_2 (b_{i,b+} - b_{i,b-}) + b_{u,2} - \frac{R_2}{R_1} b_{u,1}$$

Les sources de bruit étant indépendantes, la variance du bruit est la somme des variances de chacun des termes :

$$\sigma_{u,s}^2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 (\sigma_{u,3}^2 + \sigma_{u,d}^2) + R_2^2 (\sigma_{i,b+}^2 + \sigma_{i,b-}^2) + \sigma_{u,2}^2 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \sigma_{u,1}^2$$

ce qui donne en remplaçant  $\sigma_{u,i}^2$  par  $4k_B T R_i \Delta f$  dans le cas des résistances :

$$\sigma_{u,s}^2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 (4k_B T R_3 \Delta f + \sigma_{u,d}^2) + R_2^2 \sigma_{i,b-}^2 + R_2^2 \sigma_{i,b+}^2 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 4k_B T R_1 \Delta f + 4k_B T R_2 \Delta f$$

Si l'on tient compte de la relation de  $R_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ , le premier terme du second membre se met sous l'autre forme suivante :

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 (4k_B T R_3 \Delta f) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 4k_B T R_2 \Delta f$$

Distinguons, dans l'expression de  $b_{u,s}$ , ce qui est uniquement dû aux résistances du montage, du reste. Il vient :

$$b_{u,s} = (\sigma_{u,r}^2 + \sigma_{u,ao}^2)^{1/2} \quad \text{avec} \quad \sigma_{u,ao}^2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \sigma_{u,d}^2 + R_2^2 (\sigma_{i,b-}^2 + \sigma_{i,b+}^2)$$

$$\sigma_{u,r}^2 = \left(2 + \frac{R_2}{R_1}\right) 4k_B T R_2 \Delta f + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 4k_B T R_1 \Delta f = \left(2 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sigma_{u,2}^2 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \sigma_{u,1}^2$$

Dans notre exemple, on trouve les résultats suivants, lorsque  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  et,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  :

i) Pour l'OPA 27, avec  $\Delta f = B_e = 125 \text{ kHz}$ , les bruits internes sont :

$$\sigma_{u,d}^2 = S_{u,b} \times \Delta f = 1,125 \times 10^{-12} \text{ V}^2 \quad \text{et} \quad \sigma_{i,b+}^2 = \sigma_{i,b-}^2 = S_{i,b} \times \Delta f = 2 \times 10^{-20} \text{ A}^2$$

Alors que les bruits externes, à  $T = 300 \text{ K}$ , valent :

$$\sigma_{u,1}^2 = 4k_B T R_1 B_e = 2,07 \times 10^{-12} \text{ V}^2 \quad \text{et} \quad \sigma_{u,2}^2 = 4k_B T R_2 B_e = 2,07 \times 10^{-10} \text{ V}^2$$

Ainsi, la puissance spectrale du bruit total en sortie, dans ce montage amplificateur non inverseur, de gain 40 dB ( $20 \lg(R_2/R_1) = 20 \lg 100$ ), est la somme de la puissance spectrale de bruit externe à l'AO qui vaut  $\sigma_{u,r}^2 = 4,18 \times 10^{-8} \text{ V}^2$ , et de la puissance spectrale de bruit interne  $\sigma_{u,ao}^2 = 1,18 \times 10^{-5} \text{ V}^2$ . On en déduit :

$$b_{u,s} = (\sigma_{u,r}^2 + \sigma_{u,ao}^2)^{1/2} = (5,36 \times 10^{-8})^{1/2} \approx 0,23 \text{ mV}$$

ii) Pour l'OPA 2604, avec  $\Delta f = B_{e,2} = 314 \text{ kHz}$ , on obtient pour les bruits internes :

$$\sigma_{u,d}^2 = 3,14 \times 10^{-11} \text{ V}^2 \quad \text{et} \quad \sigma_{i,b+}^2 = \sigma_{i,b-}^2 = S_{i,b} \times \Delta f = 1,13 \times 10^{-23} \text{ A}^2$$



Quant aux bruits externes, à  $T = 300 \text{ K}$ , ils sont donnés par :

$$\sigma_{u,1}^2 = 4k_B T R_1 B_{e,2} \approx 5,2 \times 10^{-12} \text{ V}^2 \quad \text{et} \quad \sigma_{u,2}^2 = 4k_B T R_2 B_{e,2} \approx 5,2 \times 10^{-10} \text{ V}^2$$

On en déduit la puissance spectrale du bruit externe de cet AO,  $\sigma_{u,r}^2 \approx 10,5 \times 10^{-8} \text{ V}^2$  et la puissance spectrale de bruit interne  $\sigma_{u,ao}^2 = 32 \times 10^{-8} \text{ V}^2$ , d'où la tension totale de bruit :

$$b_{u,s} = (\sigma_{u,r}^2 + \sigma_{u,ao}^2)^{1/2} = (42,5 \times 10^{-8})^{1/2} \approx 0,65 \text{ mV}$$

**Remarques :** 1) Un système électronique analogique, de niveau de bruit très faible, c'est-à-dire inférieure à  $1 \text{ mV}$ , est coûteux à la fois dans sa conception et dans sa réalisation.

2) En supposant une numérisation préalable de la tension d'entrée de ce montage amplificateur, à l'aide d'un CAN 16 bits, lequel accepte des tensions comprises entre  $0$  et  $5 \text{ V}$  avec un pas de conversion  $\Delta = 5/2^{16} \approx 76 \mu\text{V}$  (cf. chapitre 19), le bruit représentait, avec l'OPA 2604 une perte des 3 derniers bits de conversion !

## CONCLUSION

Rappelons les définitions et les résultats essentiels.

1) Un signal aléatoire, dépendant du temps  $t$ , se met sous la forme  $\underline{s}(t; \Lambda)$ ,  $\Lambda$  étant une variable statistique.

2) Un processus aléatoire  $\underline{s}(t; \Lambda)$  est stationnaire au sens large, jusqu'à l'ordre deux, si :

$$\langle \underline{s}(t; \Lambda) \rangle \quad \text{et} \quad \langle \underline{s}(t; \Lambda) \underline{s}^*(t - \tau; \Lambda) \rangle$$

Il est ergodique jusqu'à l'ordre deux si les moyennes simples et quadratiques dans le temps sont égales aux moyennes statistiques correspondantes.

3) La fonction d'autocorrélation  $C_s(\tau)$  du signal aléatoire stationnaire  $\underline{s}(t; \Lambda)$  est :

$$C_s(\tau) = \langle \underline{s}(t; \Lambda) \underline{s}^*(t - \tau; \Lambda) \rangle$$

Quant à la fonction d'intercorrélation de deux signaux aléatoires stationnaires  $\underline{s}_1(t; \Lambda)$  et  $\underline{s}_2(t; \Lambda)$ , elle s'écrit :

$$C_{12}(\tau) = \langle \underline{s}_1(t; \Lambda) \underline{s}_2^*(t - \tau; \Lambda) \rangle$$

4) La puissance spectrale d'un signal aléatoire  $\underline{s}(t; \Lambda)$  est définie selon :

$$S_s(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle |\hat{\underline{s}}_T(f; \Lambda)|^2 \rangle$$

Elle est reliée à la fonction d'autocorrélation par une relation de transformation de Fourier :

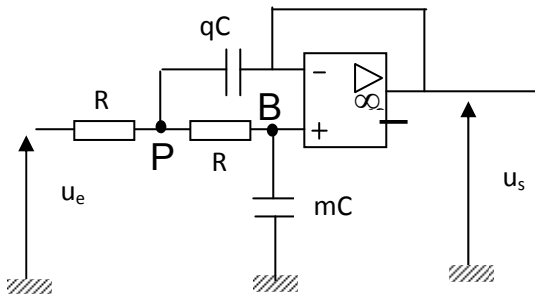
$$S_s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} C_s(\tau) \exp(-j2\pi\tau) d\tau \quad \text{soit} \quad S_s(f) = \hat{C}_s(f)$$

5) On distingue différents types de bruit :

- i) le bruit blanc caractérisé par un spectre de puissance  $S_b(f)$  indépendant de la fréquence
- ii) le bruit rose, pour lequel  $S_b(f)$  est constant pour  $f < f_c$  et nul au-delà,



**TD<sub>7</sub> : Sensibilité d'un filtre actif**



1. Etablir la fonction de transfert  $H(j\omega)$  du montage.
2. On définit  $x$ , variable d'état par  $x=\omega/\omega_0$  avec  $\omega_0$  pulsation de coupure. Donner l'expression de  $H(jx)$
3. Donner l'expression de  $Q$  facteur de qualité du montage
4. Calculer l'erreur induite sur le paramètre  $Q$ , si le composant  $q$  varie de 1%.
5. Même question pour une variation sur le composant  $m$ .
6. Conclure sur l'architecture du filtre

**TD<sub>8</sub> : Simulateur d'inductance et filtre actif**

Les A.O sont supposés parfaits. On donne  $R_2=10k\Omega$ ,  $R_3=22k\Omega$ ,  $C_1=1nF$ ,  $C_2=10nF$ .

1. En considérant le montage de la figure 1, démontrez que le dipôle situé entre les points B et P est équivalent à un dipôle  $Z$  constitué par la mise en série d'éléments  $R'$ ,  $L'$ ,  $C'$  dont vous déterminerez expression et valeur numérique.
2. On intègre le dipôle  $Z$  dans le circuit de la figure 2. Calculer la fonction de transfert  $H(j\omega)$  en fonction de  $R'$ ,  $L'$ ,  $C'$  et des éléments du montage.
3. Proposer la valeur de  $R_1$  qui garantit  $|H(j\omega_c)|=0$ , avec  $\omega_c$  pulsation de résonance du dipôle  $R'$ ,  $L'$ ,  $C'$  dont on précisera la valeur numérique de la fréquence associée  $f_c$ .
4. Sous la condition  $|H(j\omega_c)|=0$ , déterminer les pulsations  $\omega_{c,1}$  et  $\omega_{c,2}$  qui présentent un module égal à -3dB. Quantifier l'expression de la largeur de bande relative du filtre définie par la relation :  $(\omega_{c,2}-\omega_{c,1})/\omega_c$ . Donner la valeur numérique.

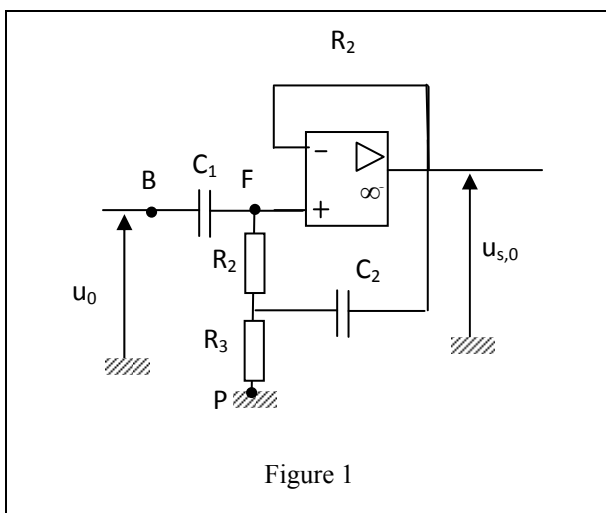


Figure 1

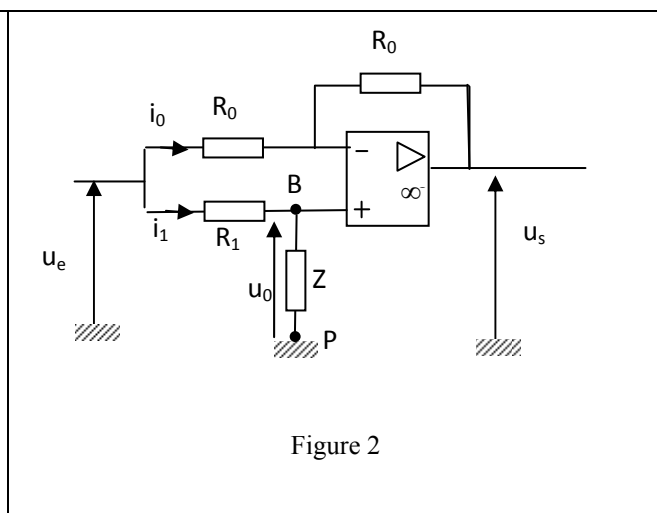
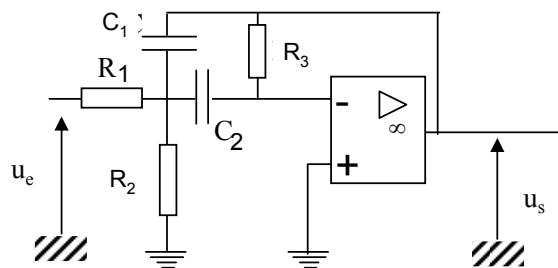


Figure 2

### TD<sub>9</sub> : Structure de Rauch et filtre passe-bande

On considère la structure de filtre suivante pour laquelle on considère l'A.O idéal.



1. Etablir l'expression de la fonction de transfert du montage
2. En considérant que les deux condensateurs ont la même capacité  $C$ , établir l'expression de la fonction de transfert et en identifiant avec la forme canonique  $\underline{T}(x) = -A_0 \frac{2jmx}{1 + 2jmx - x^2}$  où  $x = \frac{\omega}{\omega_c}$ , donner l'expression du gain statique  $A_0$ , de la pulsation de coupure  $\omega_c$  et du coefficient d'amortissement  $m$ . Quel type de filtre obtient-on ?
3. On souhaite filtrer un signal modulé en amplitude avec une porteuse de 200kHz. Le spectre du signal en bande de base est borné par la fréquence de 10kHz.
  - a Définir l'intervalle de fréquences du filtre passe-bande.
  - b Sachant que la bande passante à -3dB est égale à  $2m\omega_c$ , déterminer les valeurs des composants du filtre par rapport à  $C$ ,  $A_0$ ,  $\Delta\omega$  et  $\omega_c$ .
  - c Le filtre étant très sélectif on suppose que la condition  $2\omega_c^2 \gg A_0 (\Delta\omega)^2$  est satisfaite. Proposer les étapes de réglage du filtre et donner les valeurs des éléments en considérant  $C=0,1\text{nF}$ , et un gain du filtre de 20dB.



Année Universitaire 2007-2008

Vendredi 21 Décembre 2007

**Durée : 2H00.**

**Tous types de documents autorisés. Les « quatre » exercices sont indépendants.**

**Il sera tenu compte de la présentation dans la notation. [Barème donné à titre indicatif].**

### Exercice 1 [5 points]

On considère le montage de la figure 1, où  $R=1k\Omega$  :

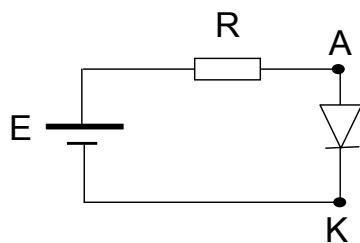


Figure1

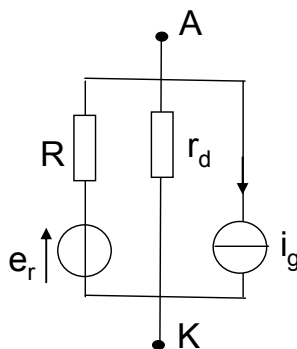


Figure2

- 1./ Donner l'intensité du courant dans le circuit pour assurer une tension de polarisation de la diode égale à 600mV.
- 2./ En déduire la résistance dynamique de la diode
- 3/ Quelle est la valeur de la densité spectrale du générateur de bruit en courant de grenaille de la diode, que l'on notera  $i_g$  ?
- 4./ A partir du schéma dynamique équivalent de la diode, donné Figure2, calculer la résistance totale  $R_T$  du circuit et la densité spectrale du générateur de bruit  $i_T$  en supposant que R produit seulement du bruit thermique ( $e_r$ ). Déterminer la température équivalente de bruit du dipôle.

## Exercice 2 [8 points] : Filtre de Rauch : passe-bas et passe-haut

On considère le schéma du filtre d'ordre 2 de la figure 3

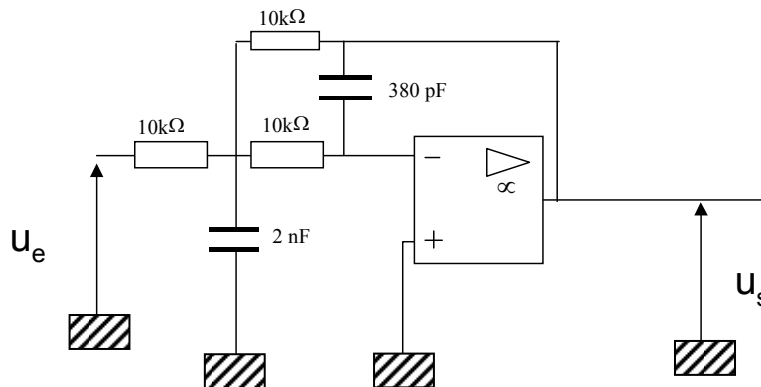


Figure 3

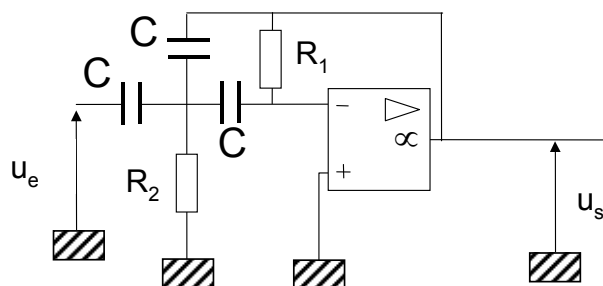


Figure 4

1. Etablir la fonction de transfert  $H(j\omega)$  du filtre actif.
2. Donner les caractéristiques du filtre sa fréquence de coupure et son facteur de qualité.
3. On souhaite établir un filtre passe-haut de fréquence de coupure 100kHz ayant les mêmes caractéristiques. On impose l'utilisation de condensateurs de capacité égale à 1nF.
  - a. Montrer que le schéma de la figure 4 conduit à la réalisation d'un filtre passe-haut.
  - b. Indiquer les valeurs numériques des résistances  $R_1$  et  $R_2$  qui confèrent au filtre les caractéristiques souhaitées.

## Problème : Contrôle en tension des caractéristiques d'un filtre audio. [7 pts]

On rappelle que la fonction de la figure5 est un multiplieur qui établit la relation  $u_3 = K u_1 u_2$

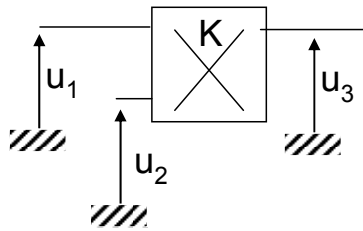


Figure5

On réalise l'architecture de filtre actif pour une application télécom autour de montages intégrateurs où on considèrera les AO idéaux.

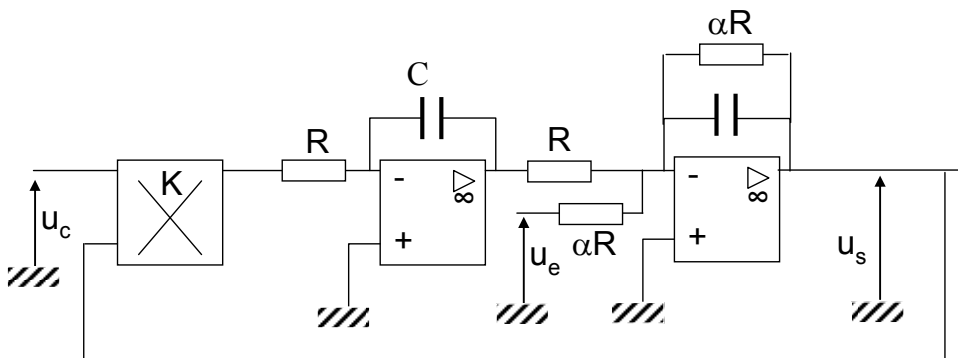


Figure6

- 1/ Donner la dimension de K
- 2./ Identifiez l'expression de la fonction de transfert  $H(j\omega) = u_s/u_e$ .
- 3/ Pourquoi de filtre est-il de type passe-bande ?
- 4./ Quelle condition doit vérifier K pour garantir la stabilité du filtre ?
- 5./ Donner l'expression de la fréquence centrale du filtre, et le facteur de qualité Q.
- 6./ On précise :  $C = 47\text{nF}$ ,  $R = 1\text{k}\Omega$ ,  $|K| = 1$  UnitéSystèmeInternational, donner l'intervalle de variation de la tension de commande  $u_c$  pour balayer la bande passante du spectre audio
- 7./ Pour limiter les phénomènes de pression acoustique, on fixe  $m = 1/2$ , en déduire la valeur de  $\alpha$  pour une fréquence centrée sur 20kHz.

**Bonus [2 points]**

JY. FOURNIOLS

1. Donner le nom et prénom des enseignants ayant assuré les cours ET Travaux Dirigés
- 2 En joignant les lettres ci-dessous, identifier le dessin obtenu



**Fin du document**

---

**Exercice 1 : (5points)**

Un concepteur de systèmes électroniques met la dernière main à un projet qui associe:

- ⇒ des cellules solaires (qui sont des jonctions PN soumises à un rayonnement lumineux),
- ⇒ un circuit de traitement du signal régulant le courant à la sortie des cellules pour optimiser la puissance électrique fournie (suivi du point de puissance maximum),
- ⇒ et le convertisseur de tension continu DC/DC qui alimentera les batteries de stockage.

Celui-ci utilise le principe des alimentations à découpage et intègre donc des interrupteurs statiques générateurs de bruit. Le circuit de traitement numérique du signal est lui sensible au rapport signal/bruit ; sa température peut-être maîtrisée par un dissipateur thermique (radiateur).

Les cellules solaires sont placées sur une toiture, alors que le convertisseur et les batteries sont abrités dans un sous-sol.

1°) Quels types de bruit peut-on a priori observer aux bornes d'une cellule solaire ? (1 pt)

2°) Dans le processus de modélisation des effets du bruit, le concepteur souhaite bâtir un schéma équivalent de l'ensemble cellules + circuit de traitement du signal + convertisseur. Peut-il traiter de la même façon l'ensemble des résistances bruyantes du système, leur appliquer les lois des circuits électriques, obtenir ainsi des résistances équivalentes d'où il obtiendrait enfin des résistances non bruyantes associées à des générateurs de bruit ? Justifier simplement la réponse. (2 pts)

3°) Où le circuit de traitement du signal doit-il être placé :

- ⇒ au plus près des cellules solaires (mais à l'ombre),
- ⇒ ou bien au plus près du convertisseur ?

Donner deux justifications à votre réponse. (2 pts)

---

**Problème : Etude d'un filtre passe-bas sans condensateurs (15 points)**

On se propose d'étudier un filtre actif construit en associant deux amplificateurs opérationnels respectivement de type OP290 (pour l'AO1) et OP193 (pour l'AO2) fonctionnant **en régime linéaire** et construits avec les admittances  $Y_i$ . Les données du constructeur ANALOG DEVICES® sont fournies en annexe.

On reprend ici la démarche classique du concepteur qui s'établit en deux temps :

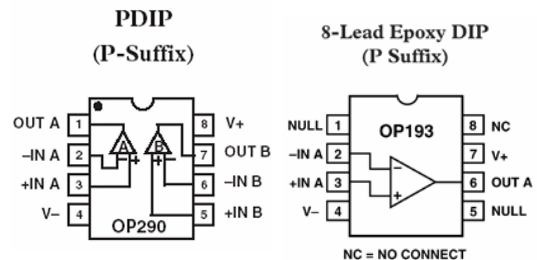
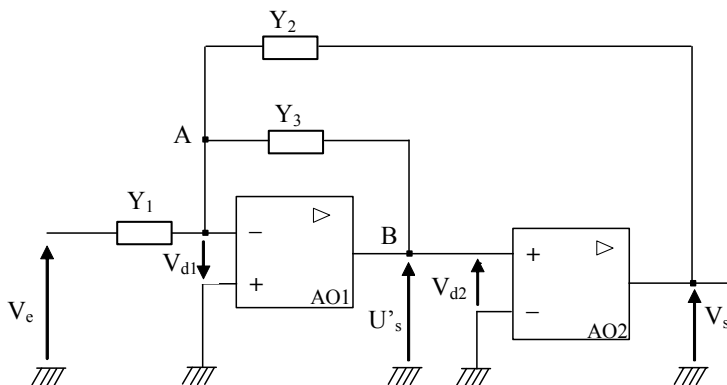
- on considèrera les AO idéaux,



- puis dans une seconde phase nous introduirons les imperfections des AO en tenant compte des spécifications techniques présentées en annexe : l'étude tiendra compte de l'influence du gain différentiel  $A_{d,n}$  en boucle ouverte puis du gain statique  $A_{0,n}$  et des constantes de temps  $\tau_n$ , avec l'indice,  $n=1$  pour l'AO<sub>1</sub> et  $n=2$  pour AO<sub>2</sub>.

Ainsi, pour l'AO<sub>1</sub> en boucle ouverte on a les paramètres intrinsèques :

- ⇒  $A_{d,1}$  gain différentiel,
- ⇒  $A_{0,1}$  représente le gain stationnaire,
- ⇒  $\tau_1$ . constante de temps.



**Figure 1 : Filtre actif.**

## I Amplificateur idéaux

- 1) Rappeler les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel idéal.
- 2) Exprimer la fonction de transfert  $V_s/V_e$  en considérant idéaux les deux AOs.

## II Amplificateur réel : Influence du gain différentiel en boucle ouverte $A_{dn}$ .

- 3) En réalité la tension différentielle n'étant pas nulle ( $V_{dn}=V_{out}/A_{dn}$ ), établir la fonction de transfert du montage en tenant compte des paramètres  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$ ,  $A_{d,1}$  et  $A_{d,2}$ .
- 4) Les admittances  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  faisant référence à des résistances de valeur identiques ( $1/R_1=1/R_2=1/R_3$ ), ré écrire l'expression de la fonction de transfert en fonction de  $A_{d,1}$  et  $A_{d,2}$ .
- 5) Démontrer que si  $A_{d,1}$  et  $A_{d,2}$  tendent vers l'infinie, l'expression de la fonction de transfert est de la forme :  $-Y_1/Y_2$ .

## III./ Influence du gain statique et des constantes de temps des AO

6) Sachant que l'expression du gain différentiel  $A_{d,n}$  en boucle ouverte est de la forme  $A_{0,n}/(1+\tau_n.p)$ , avec  $p$  la variable de Laplace, exprimer la fonction de transfert du filtre actif en considérant les gains statiques  $A_{0,1}$ ,  $A_{0,2}$ , ainsi que les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . que l'on mettra sous la forme :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{T_0}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

7) En observant que  $A_{0,1}A_{0,2} \gg A_{0,1} + 3$  et  $A_{0,1}\tau_1 \gg 3\tau_1\tau_2$ , déduire les expressions :

- => du gain statique  $T_0$ ,
- => du facteur d'amortissement  $m$ ,
- => de la pulsation de coupure  $\omega_0$
- => du facteur de qualité  $Q$ .

8) En profitant du fait que l'AO OP290 est dans un boîtier double, on réalise le filtre actif précédent uniquement avec cet AO.

A partir des caractéristiques techniques données dans l'annexe, déduire :

- ⇒ la valeur typique de  $A_{0,1}$  que vous exprimerez en dB.
- ⇒ la valeur de  $\tau_1$  exprimée en ms.

9) Calculer la fréquence de coupure  $f_0$ , le coefficient d'amortissement  $m$  et le facteur de qualité  $Q$  du filtre.

10) En déduire la valeur de la bande équivalente de bruit du montage.

11) Ce montage est donc un passe bas sans capacités externes !!!! Mais présente t-il des inconvénients ? Si oui comment y remédier ?

## ANNEXE : Documentation technique de l'amplificateur opérationnel OP290



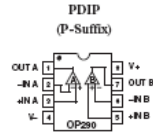
## Precision, Low Power, Micropower Dual Operational Amplifier

**OP290**

### FEATURES

Single-/Dual-Supply Operation, 1.6 V to 36 V,  $\pm 0.8$  V to  $\pm 18$  V  
True Single-Supply Operation; Input and Output Voltage  
Ranges Include Ground  
Low Supply Current (Per Amplifier), 20  $\mu$ A Max  
High Output Drive, 5 mA Min  
Low Input Offset Voltage, 200  $\mu$ V Max  
High Open-Loop Gain, 700 V/mV Min  
Outstanding PSRR, 5.6  $\mu$ V/V Max  
Industry Standard 8-Lead Dual Pinout  
Available in Die Form

### PIN CONNECTIONS



### GENERAL DESCRIPTION

The OP290 is a high performance micropower dual op amp that operates from a single supply of 1.6 V to 36 V or from dual supplies of  $\pm 0.8$  V to  $\pm 18$  V. Input voltage range includes the negative rail allowing the OP290 to accommodate input signals down to ground in single-supply operation. The OP290's output swing also includes ground when operating from a single supply, enabling "zero-in, zero-out" operation.

The OP290 draws less than 20  $\mu$ A of quiescent supply current per amplifier, while able to deliver over 5 mA of output current to a load. Input offset voltage is below 200  $\mu$ V eliminating the need for external nulling. Gain exceeds 700,000 and common-mode rejection is better than 100 dB. The power supply rejection ratio of under 5.6  $\mu$ V/V minimizes offset voltage changes experienced in battery-powered systems. The low offset voltage and high gain offered by the OP290 bring precision performance to micropower applications. The minimal voltage and current requirements of the OP290 suit it for battery- and solar-powered applications, such as portable instruments, remote sensors, and satellites. For a single op amp, see the OP90; for a quad, see the OP490.

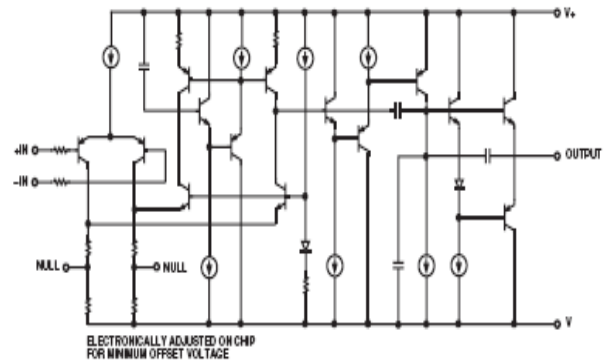
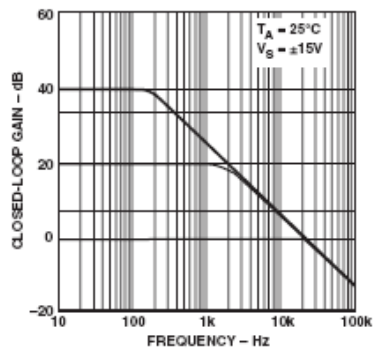


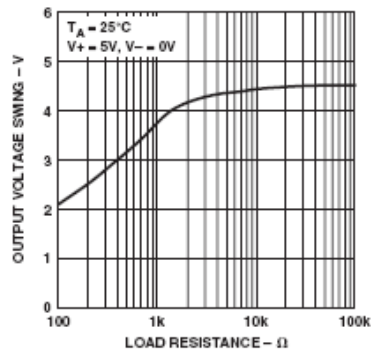
Figure 1. Simplified Schematic (one of two amplifiers is shown)

### ELECTRICAL CHARACTERISTICS (@ $V_S = \pm 1.5$ V to $\pm 15$ V, $T_A = 25^\circ\text{C}$ , unless otherwise noted.)

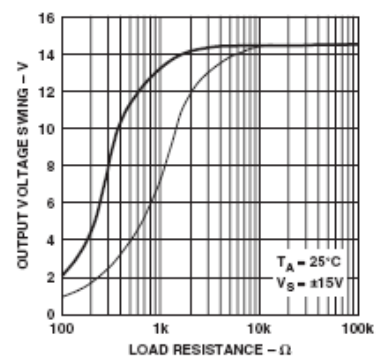
Parameter	Symbol	Conditions	OP290G			Unit
			Min	Typ	Max	
INPUT OFFSET VOLTAGE	$V_{OS}$			125	500	$\mu\text{V}$
INPUT OFFSET CURRENT	$I_{OS}$	$V_{CM} = 0$ V		0.1	5	nA
INPUT BIAS CURRENT	$I_B$	$V_{CM} = 0$ V		4.0	25	nA
LARGE-SIGNAL VOLTAGE GAIN	$A_{VO}$	$V_S = \pm 15$ V, $V_O = \pm 10$ V $R_L = 100$ k $\Omega$	400	600		V/mV
INPUT VOLTAGE RANGE <sup>1</sup>	IVR	$V_+ = 5$ V, $V_- = 0$ V $V_S = \pm 5$ V <sup>1</sup>	0/4	-15/13.5		V
OUTPUT VOLTAGE SWING	$V_O$	$V_S = \pm 5$ V $R_L = 10$ k $\Omega$	$\pm 13.5$	$\pm 14.2$		V
		$R_L = 2$ k $\Omega$	$\pm 10.5$	$\pm 11.5$		V
	$V_{OH}, V_{OL}$	$V_+ = 5$ V, $V_- = 0$ V $R_L = 10$ k $\Omega$	4.0	4.2		V
COMMON-MODE REJECTION	CMR	$V_+ = 5$ V, $V_- = 0$ V $0$ V $< V_{CM} < 4$ V	80	100		dB
		$V_S = \pm 15$ V, $-15$ V $< V_{CM} < +13.5$ V	90	120		dB
POWER SUPPLY REJECTION RATIO	PSRR		3.2	10		$\mu\text{V/V}$
SUPPLY CURRENT (All Amplifiers)	$I_{SY}$	$V_S = \pm 1.5$ V	19	30		$\mu\text{A}$
		$V_S = \pm 15$ V	25	40		$\mu\text{A}$
CAPACITIVE LOAD STABILITY		$A_V = +1$ No Oscillations	650			pF
INPUT NOISE VOLTAGE <sup>1</sup>	$e_{nFP}$	$f_0 = 0.1$ Hz to 10 Hz $V_S = \pm 15$ V	3			$\mu\text{V p-p}$
INPUT RESISTANCE DIFFERENTIAL-MODE	$R_{IN}$	$V_S = \pm 15$ V	30			M $\Omega$
INPUT RESISTANCE COMMON-MODE	$R_{INCM}$	$V_S = \pm 15$ V	20			G $\Omega$
SLEW RATE	SR	$A_V = +1$ $V_S = \pm 15$ V	5	12		V/ms
GAIN BANDWIDTH PRODUCT	GBWP	$V_S = +15$ V $V_S = \pm 15$ V	20			kHz
CHANNEL SEPARATION <sup>2</sup>	CS	$f_0 = 10$ Hz $V_O = 20$ V p-p $V_S = \pm 15$ V <sup>2</sup>	120	150		dB



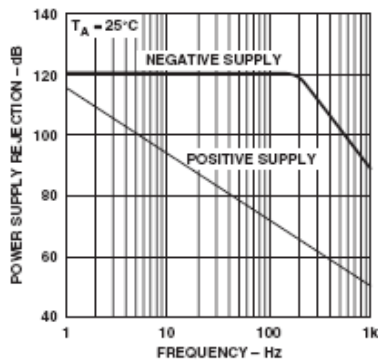
*Closed-Loop Gain vs.  
Frequency*



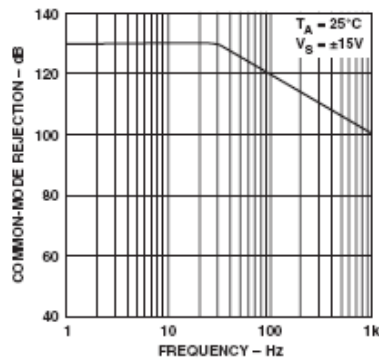
*Output Voltage Swing vs.  
Load Resistance*



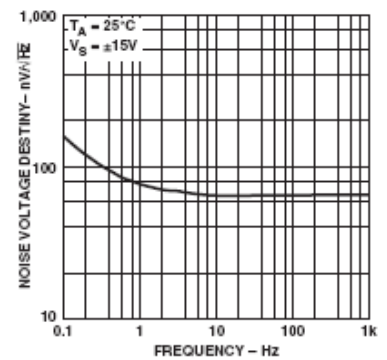
*Output Voltage Swing  
vs. Load Resistance*



*Power Supply Rejection  
vs. Frequency*



*Common-Mode Rejection  
vs. Frequency*



*Noise Voltage Density  
vs. Frequency*

## UF Bruit et Filtrage actif


(Complément de notes de cours & exercices & examens )


### Document réponse n°1.


Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

#### Règle de dessin :

 Interconnexions.

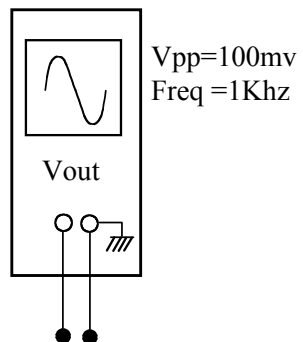
 Croisements.

 Interdit.

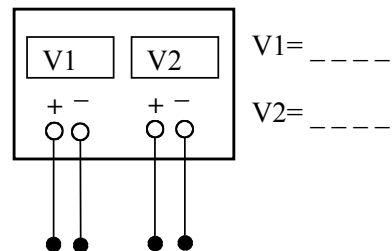
## UF Bruit et Filtrage actif

(Complément de notes de cours & exercices & examens )

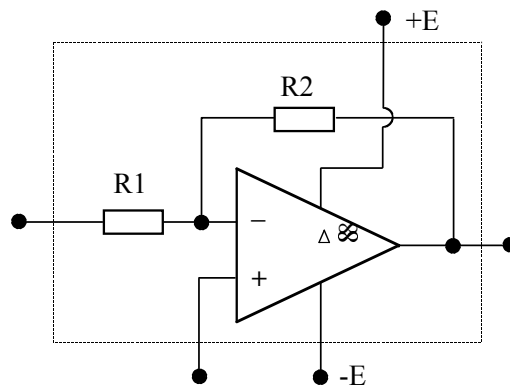
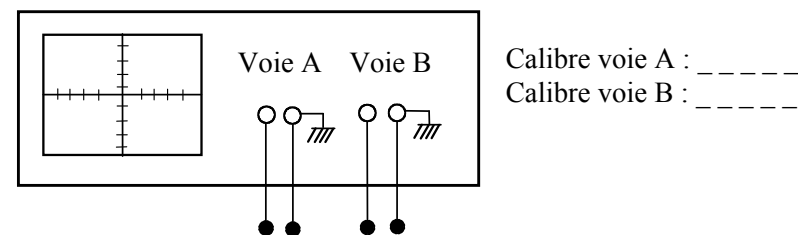
Gnrateur sinuso•dal.



Alimentation double.



Oscilloscope.





## II – Microprocesseur COSMAC CDP 1802

### Partie II.1

Le listing du chenillard (vue lors des séances de TP) présenté ci-dessous comporte des erreurs de programmation.

Principe : Lorsque le programme fonctionne correctement, on visualise sur le port de sortie le défilement d'une diode LED vers la droite.

Adresses	Prog. à corriger	Prog juste	Code Hex	Commentaires
00	SEX8			
01	LDI 26			
03	PLO6			
04	LDI 80			
06	STR8			
07	OUT5			
08	DEC8			
09	RSHR			
0A	BR 04			

1) Identifiez les erreurs, corrigez le programme, donnez le code du programme en base 16 (hexadécimal) et enfin ajoutez les commentaires décrivant le fonctionnement du programme.

2) Chargez le programme en mode automatique sur la maquette mise à votre disposition et exécutez le. *Régler la fréquence de l'horloge pour que la vitesse de défilement soit convenable.*

3) Faites vérifier le bon fonctionnement par l'examineur.

### Partie II.2

#### Chenillard « aller-retour »

Nous appellerons « motif » une suite de 0 et de 1 que voulons afficher sur le bus de sortie et dont l'intérêt est uniquement visuel. Un chenillard est le décalage cyclique d'un motif visualisé sur le bus de sortie.

Nous vous proposons de réaliser un chenillard dont le motif est constitué d'une seule DEL (Diode Electro-Luminescente) allumée. Cette DEL devra donner l'impression de faire des aller-retour permanent. Pour cela nous allons vous décrire le programme à réaliser. Vous devrez le traduire sous la forme de mnémoniques et l'implémenter sur votre maquette.

#### Description du programme :

Dans un premier temps vous devez initialiser le registre qui « pointe » sur la « case mémoire » où vous enregistrerez votre motif et d'où vous sortirez le motif pour le visualiser sur le bus de sortie.

Ensuite vous créez et enregistrez votre motif dans la « case mémoire » et vous allumez la DEL Q.

Puis vous faites apparaître le motif enregistré sur le bus de sortie.

Vous faites ensuite un décalage à droite du motif.

Si le motif (la DEL allumée) arrive en « butée » alors DF passe à 1. Si ce n'est pas le cas on revient à l'étape d'enregistrement ci-dessus et on continue la boucle.

Si DF passe à 1, alors on enregistre le motif dans la « case mémoire », vous éteignez la DEL Q puis vous faites apparaître le motif enregistré sur le bus de sortie.

Vous faites un décalage à gauche de la même façon tant que la DEL n'arrive pas en « butée » (DF=1) si c'est le cas vous repartez sur le décalage à droite, etc... indéfiniment.

- 1) Remplissez le tableau avec le programme que vous avez réalisé.
- 2) Charger le programme en mode automatique sur la maquette mise à votre disposition et exécutez le.
- 3) Faites vérifier le bon fonctionnement par l'examineur.

Adresses	Mnémoniques	Code HEX	Commentaires
00			
01			
02			
03			
04			
05			
06			
07			
08			

09			
0A			
0B			
0C			
0D			
0E			
0F			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
1A			
1B			
1C			
1D			
1E			
1F			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			

Promotion 4AE 2012-2013

UV : ***Bruit et filtrage actif.***

Documents autorisés.

**Durée 2heures**

*Barème donné à titre indicatif. Il sera tenu compte de la qualité de la présentation dans la notation finale.*

*Jeudi 20 décembre 2012 (H-xh...)*

### **I. EXERCICE 1 : 8 POINTS**

On réalise un montage capable de piloter un photorécepteur qui se comporte comme une diode. Le photo courant généré est à considérer comme un courant inverse dans la diode étant donné que le photorécepteur doit impérativement être polarisé en inverse par une tension de  $|3.3V|$ .

L'AO polarisé entre +12V et -12V présente des tensions de saturation +10V et -8V et. La fréquence de transition est de 10MHz.

- 1) En supposant que le flux photonique crée un courant  $I_p$ , établir l'expression de la tension  $u_s$  (AO supposé idéal).
- 2) Quel est le rôle du condensateur C ?
- 3) Quel doit être le signe de E
- 4) Préciser schéma et valeur des éléments choisis pour réaliser la tension (et le signe souhaité) de ce générateur en utilisant une diode zéner avec  $U_Z=3,3V$  polarisée à partir des tensions disponibles sur votre carte :
- 5) Déterminer la référence de la diode zéner choisie (cf annexe).
- 6) On considérant le  $R=100k\Omega$  et  $C=10nF$ , donner la valeur de la bande équivalente de bruit
- 7) L'AO est idéal, placer (avec les valeurs pour  $\omega=f_c$ ) les sources de bruit du montage

### **II. EXERCICE 2 : 6POINTS**

On a synthétisé par Butterworth les polynômes de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas,

$T = T_1.T_2.T_3$  par l'algorithme proposé ci-dessus avec :

- $f_0 = 2012\text{Hz}$ .
  - $T_1(p_n) = \frac{1}{6,33p^2 + 2,09p + 1}$      $T_2(p_n) = \frac{10}{11p^2 + 1,81p + 1}$      $T_3(p_n) = \frac{1}{3,45p + 1}$
1. Dessiner le gabarit du filtre en précisant les données du cahier des charges qui ont conduit à cette synthèse.
  2. Critiquez cette synthèse. Quel(s) paramètre(s) modifier pour exploiter pleinement une synthèse à 3 AOs ?
  3. Vous disposez de cellules de Rauch et de Sallen-Key ; effectuer la synthèse du filtre électronique en dessinant le schéma électronique obtenu et en précisant les valeurs dénormalisées des composants.

### III. EXERCICE 3 : 6 POINTS

On réalise le montage ci-après avec des AOs.

- 1) Etablir (sans forcément le redémontrer) la fonction de transfert  $G(p) = u_{s1}/u_e$ .
- 2) Etablir l'expression de la fonction de transfert  $H(p) = u_{s2}/u_e$  fonction de  $G$  et des autres paramètres du montage
- 3) Donner les conditions sur  $R_6$ ,  $R_7$ ,  $R_8$  pour que le montage global soit un filtre réjecteur.

### IV. BONUS [1 POINT] :

Une incohérence s'est glissée dans le schéma ci-après. Trouvez la et justifier (sommairement).

*Nous vous souhaitons d'excellentes fêtes de fin d'année...*

## Exercice 1 : (5points)

On considère le dipôle ci-contre pour lequel on précise les valeurs  $R_1=R_2=10k\Omega$  et  $C\omega=10^{-3}$  Siemens.

Estimer la valeur efficace du bruit aux bornes de ce dipôle, à  $T=27^\circ\text{C}$ , en considérant une bande de fréquences de 1kHz,

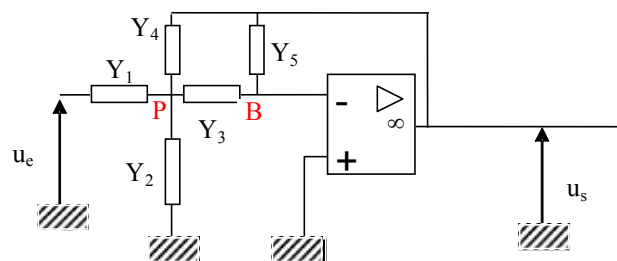
On rappelle qu'il peut être souhaitable de calculer l'expression de l'impédance équivalente en précisant la valeur de la partie réelle et imaginaire puis...

## Exercice 2 : (5 points)

On considère le régime linéaire.

$$\underline{u}_e = u_{e,m} \exp(j\omega)$$

en  
e :



1°) Analysons le cas où les composants 1, 3 et 4 sont des résistances  $R$  identiques, et les composants 2 et 5 sont des condensateurs  $C$ .

1.1°) Identifier le filtre obtenu et dessiner le gabarit. On préconise d'étudier le comportement aux fréquences « extrêmes ».

1.2°) Esquissez le diagramme de Bode (module et phase) et calculer la ou les fréquence(s) de coupure en considérant  $R=12k\Omega$  et  $C=15nF$ .

2°) Analysons le cas où les composants 2, 3 et 4 sont des impédances de type résistor de résistance  $R$  identique alors que les composants 1 et 5 sont des condensateurs de capacités respectives  $C_1$  et  $C_2$ .

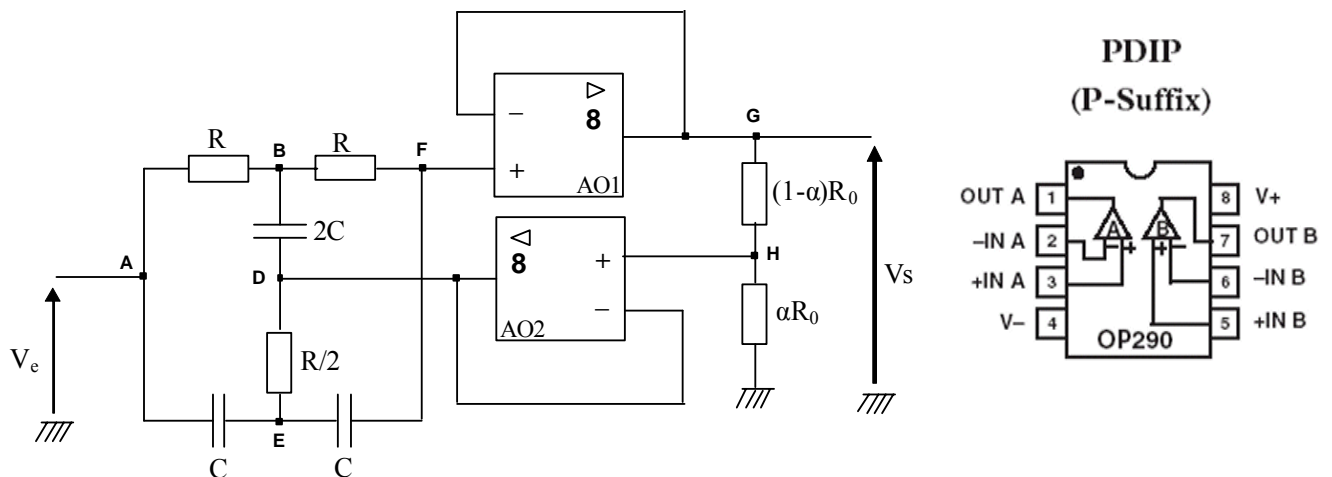
2.1°) Démontrer que le filtre est passe bande.

2.2°) En posant  $f_1=1/(2\pi RC_1)$  et  $f_2=1/(2\pi RC_2)$  montrer que le module de la fonction de transfert admet un maximum à la fréquence  $f_0$  que vous exprimerez.

On donne  $R=10k\Omega$  et  $C_1=100nF$  et  $C_2=200pF$ .

## Problème : Etude d'un filtre d'ordre 2 « à identifier » (12 points)

On se propose d'étudier un filtre actif construit en associant deux amplificateurs opérationnels respectivement de type OP290 fonctionnant **en régime linéaire** et construits avec les éléments  $R$ ,  $R/2$ ,  $C$ ,  $2C$  et le potentiomètre  $R_0$  où  $\alpha$  représente la position relative du curseur.



Légende internationale : la connexion entre deux équipotentiels est matérialisée par un point.

- 1) Sans calculs pourrait on identifier la valeur du gain stationnaire de ce montage.
- 2) Exprimer les potentiels aux nœuds  $V_A$ ,  $V_G$ ,  $V_F$  et  $V_H$ .
- 3) Exprimer les potentiels aux nœuds  $V_B$  et  $V_E$
- 4) Dédire la fonction de transfert  $V_s/V_e$  en considérant les expressions analytiques de  $V_F$ ,  $V_B$  et  $V_E$  que l'on mettra sous la forme :

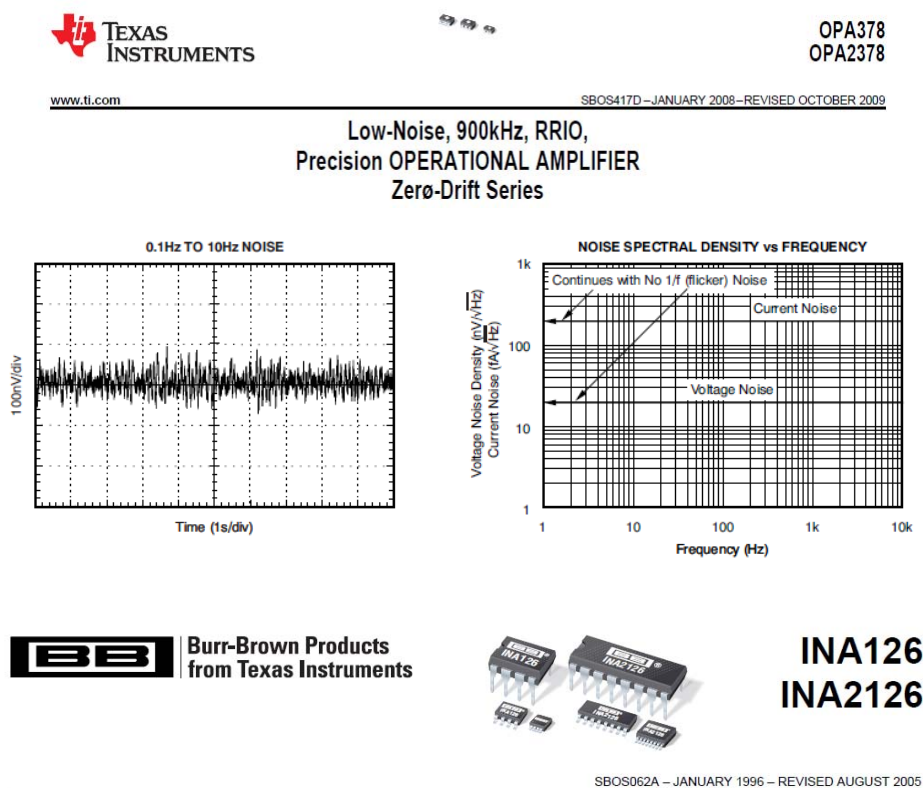
$$\frac{V_s}{V_e} = T_0 \frac{1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{avec } T_0=1$$

- 5) Sachant que  $\omega_0=1/RC$ , donner l'expression de la fréquence centrale du filtre et le facteur de qualité  $Q$  et la largeur de la largeur de bande  $\Delta f$ .
- 6) On précise :  $R=31.8 \text{ k}\Omega$  (Série E48, 1%, 10ppm),  $C=100\text{nF}$  (12V, 10%, X7R céramique), quelles sont les valeurs de  $f_0$ ,  $Q$  et  $\Delta f$ .
- 7) Quelle est la fonction de ce filtre et pourquoi ce filtre avec les caractéristiques identifiées est-il si utile en électronique pour des montages avec une alimentation connectée au secteur EDF !!!! [BONUS 2 points]

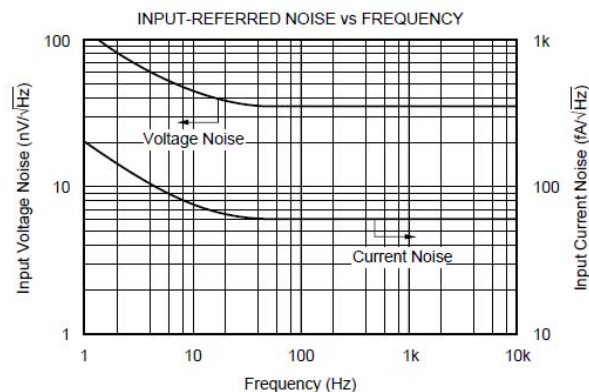


## Exercice 2 : 5 points

- 1./ Donner le meilleur schéma électrique d'un montage amplificateur inverseur de gain stationnaire 31dB construit en utilisant au moins une résistance de 10k $\Omega$ .
- 2./ Préciser les sources de bruit et leurs valeurs sur le schéma équivalent sans poursuivre les calculs, mais en identifiant la démarche appliquée un peu comme un algorithme (étape1, étape2,...e précisant les schémas électriques à utiliser).
- 3./ Comparez les deux références d'A.O données, comment se servir de ces courbes et commentez vos observations. Quelles informations sont manquantes pour poursuivre finement l'analyse ?



## MicroPOWER INSTRUMENTATION AMPLIFIER



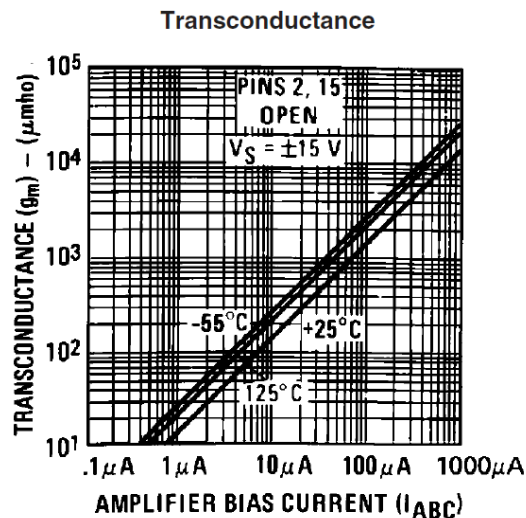
### Exercice 3 : 11 points

On utilise un A.O transimpédance LM13700 pour lequel on rappelle que c'est l'intensité du courant qui est pilotée selon la relation :  $I_s = g_m(u_+ - u_-) = g_m \varepsilon$

- 1) On réalise le montage ci-après où on demande de choisir ZLOAD de telle sorte à obtenir un filtre passe-bas d'ordre un, où vous préciserez l'expression du gain stationnaire et de la fréquence de coupure.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 2) Dessiner le gabarit du filtre en fréquence normalisée et préciser sa sélectivité.
- 3) Quel est l'intérêt/l'avantage de cette structure ?
- 4) Un collègue souhaite réaliser une cellule biquadratique et propose l'architecture suivante qui de prime abord semble surprenante puisque comme un filtre à capacités commutées elle n'utilise que des condensateurs.

Etablir l'expression de la fonction de transfert.

- 5) En considérant égaux les 2 AOs,  $g_{m1}=g_{m2}=g_m$  donner l'expression de la pulsation caractéristique et du coefficient Q
- 6) On suppose que l'amortissement  $m=0.5$ , avec  $C1=220\text{nF}$  et  $g_m=9600\mu\Omega^{-1}$ . En déduire la valeur de la fréquence de coupure et effectuez le tracé du module en dB dans le diagramme de Bode.
- 7) Le filtre ainsi obtenu est-il sensible à la température ? Pour cela le constructeur donne le diagramme ci-après :



La dérive thermique est-elle positive ou négative ?

- 8) Votre technicien a extrait de la courbe ci-dessus les valeurs à  $500\mu\text{A}$  (notez que les  $\Omega^{-1}$  ne sont pas scolairement exprimés en Siemens mais en verlan mho!!!)  
 $T=-55^\circ\text{C}$        $g_m=10\,000\mu\Omega^{-1}$   
 $T=125^\circ\text{C}$        $g_m=8000\mu\Omega^{-1}$

En supposant linéaire la variation, estimez la valeur de la fréquence de coupure du filtre à  $25^\circ\text{C}$ .

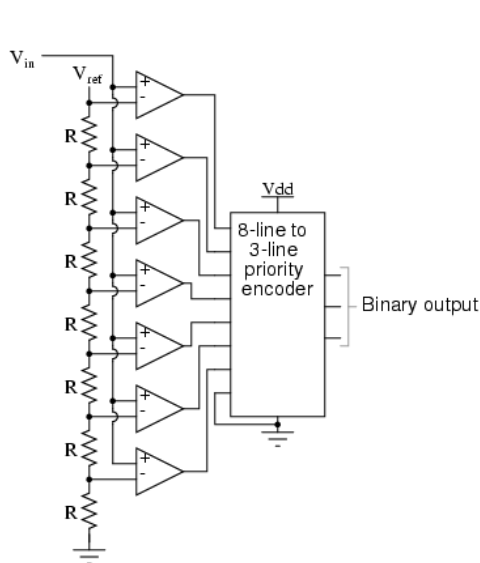
- 9) La température variant entre  $10^\circ$  et  $40^\circ\text{C}$ , utilisation dans la maison, estimer et quantifier (si possible) les conséquences sur les paramètres du filtre.

1°) Soit le CNA « flash » (A) ci-dessous, où les convertisseurs sont supposés présenter une impédance d'entrée infinie, et où les seuls éléments bruyants sont les résistances. L'ensemble du circuit est réalisé en éléments discrets enfichables.

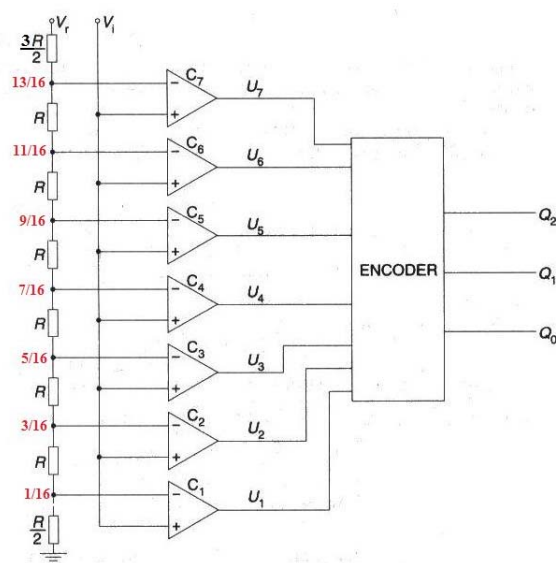
Pour des calculs de puissance équivalente de bruit à l'entrée du CNA, est-il permis de calculer des résistances équivalentes de bruit en associant les résistances  $R$  en appliquant les règles habituelles des circuits électriques ?

2°) Même question pour le CNA « flash » (B).

3°) Une réalisation sous la forme d'un circuit intégré complet pour (A) et pour (B) modifierait-elle quelque chose ?

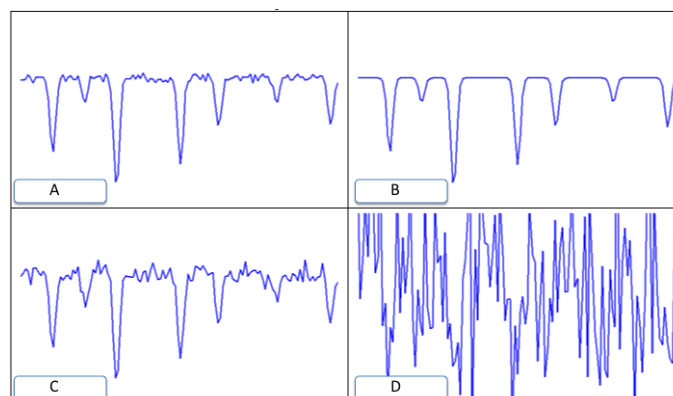


(A)



(B)

4°) Voici quatre spectres de raies d'un même signal affectés d'un niveau variable de bruit. Les classer par ordre CROISSANT du paramètre SNR.



5°) Un amplificateur possède un facteur de bruit de 2 dB et un SNR de 25 dB à l'entrée. Quel est le SNR (dB) à la sortie ?

Réponses :

1°) oui car les résistances ont toutes les mêmes valeurs et sont parcourues par un même courant. Elles sont donc le siège d'un même dégagement de chaleur et sont a priori à la même température.

2°) non, car les résistances ont des valeurs différentes, tout en étant parcourues par un même courant : le dégagement de chaleur (effet Joule) est donc différent, et donc leurs températures.

3°) oui pour B car dans ce cas, à l'échelle microscopique, les températures seraient plus homogènes (voir identiques).

4°) D C A B

5°) 23 dB

Exercice n°2 : Etude d'un filtre actif d'ordre 2

[16 points]

On considère une structure de Sallen-Key (Figure n°1) dans laquelle l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé parfait. L'AO est alimenté à partir d'une source d'alimentation symétrique  $V_{\text{alim}} = \pm 15\text{V}$ .

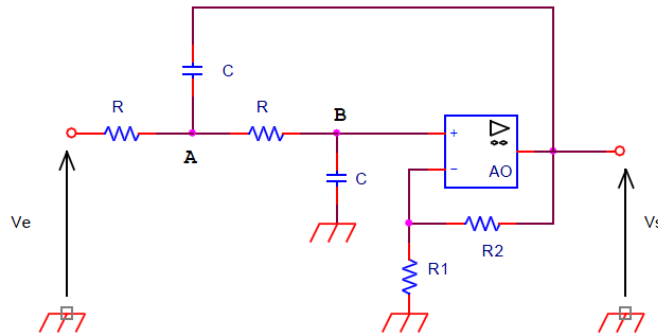
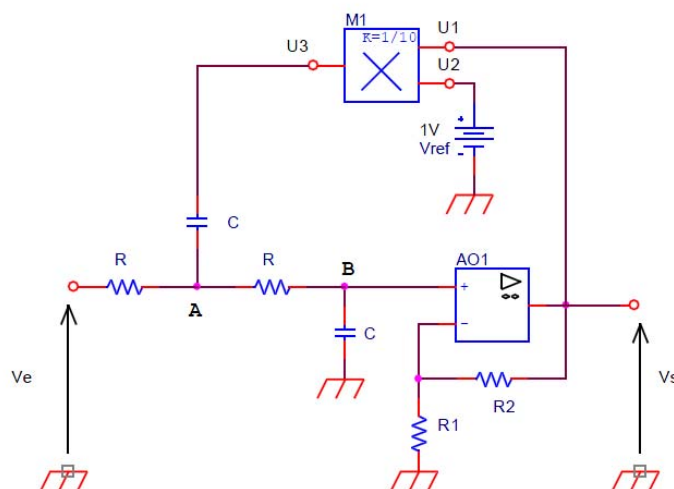


Figure n°1

- 1) Compte tenu de la position relative des résistances et des condensateurs notés respectivement  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $C$  ; quel est le type de filtre réalisé ? Quel est le rôle  $R_1$  et  $R_2$  ? [1pt]
- 2) Calculer l'expression analytique de la fonction de transfert  $T(p)$  de la structure. [3pts]
- 3) Identifier l'expression analytique de la fréquence caractéristique  $f_0$  puis, celle du facteur de qualité  $Q$  en fonction de  $K_0 = (R_2/R_1) + 1$ . [1pt]
- 4) Sachant que  $R = 68\text{ k}\Omega$ , déterminer la valeur des condensateurs  $C$  qui permettent l'obtention d'une fréquence caractéristique fixée à  $1\text{ KHz}$ . [1pt]
- 5) Sachant que  $R_2 = 24\text{ k}\Omega$  (série E24) et  $R_1 = 12,1\text{ k}\Omega$  (série E48), quelle est la valeur du facteur de qualité  $Q$  ? Que peut-on conclure sur la stabilité du filtre ? [1pt]
- 6) A présent, on fixe  $R_2 = 11,8\text{ k}\Omega$  (série E96) et  $R_1 = 1,3\text{ k}\Omega$  (série E24), quel est le signe et la valeur du facteur de qualité ? Dans quelle partie du demi-plan complexe se trouvent les pôles de la fonction de transfert ? [1pt]

Afin de garantir la stabilité du montage avec un gain supérieur à 3, vous décidez de mettre en œuvre un dispositif d'ajustement du facteur de qualité. Pour ce faire, vous insérez dans la boucle de rétroaction un multiplieur analogique tel que présenté sur la figure 2. On rappelle que la fonction de transfert du multiplieur analogique établit la relation  $U_3 = K \cdot U_1 \cdot U_2$  avec  $K = 1/10$ ,  $U_1 = V_s$  et  $U_2 = V_{\text{ref}} = 1\text{V}$ .





### Examen Bruit et Filtrage

Durée 1h15 ; Documents autorisés. Barème donné à titre indicatif. Il sera tenu compte de la qualité de la présentation de la copie.

#### Exercice n°1 : Question de cours

[4 points]

- 1) Soit un signal de puissance 1,5pW, et un bruit de puissance 0,025pW, calculer le rapport signal sur bruit S/N en dB. [1pt]
- 2) Du bruit thermique et du bruit de grenaille, lequel n'existe que s'il existe un courant dans le composant considéré ? [1pt]
- 3) Du bruit thermique et du bruit de grenaille, lequel possède une fonction d'autocorrélation réduite à une impulsion de Dirac ? [1pt]
- 4) Pour un signal gaussien de moyenne nulle, à quoi est égal l'écart type ? Quelle est son unité ? Quel est le type de bruit vérifiant cette propriété ? [1pt]

#### Exercice n°2 : Etude d'un filtre actif d'ordre 2

[16 points]

On considère une structure de Sallen-Key (Figure n°1) dans laquelle l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé parfait. L'AO est alimenté à partir d'une source d'alimentation symétrique  $V_{\text{alim}} = \pm 15\text{V}$ .

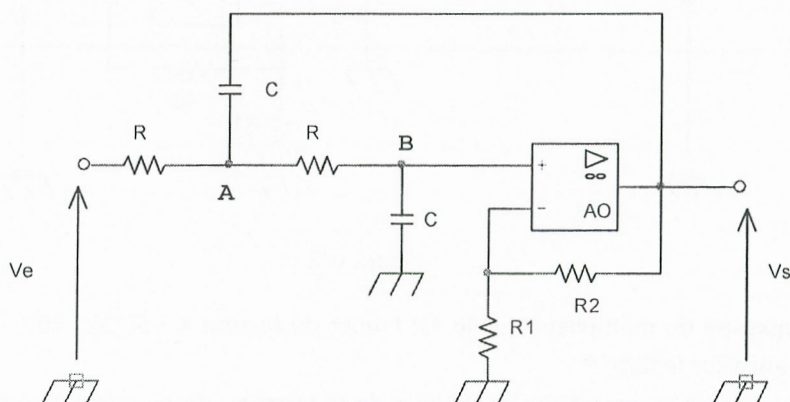


Figure n°1

- 1) Compte tenu de la position relative des résistances et des condensateurs notés respectivement R, R1, R2 et C ; quel est le type de filtre réalisé ? Quel est le rôle R1 et R2 ? [1pt]
- 2) Calculer l'expression analytique de la fonction de transfert  $T(p)$  de la structure. [3pts]
- 3) Identifier l'expression analytique de la fréquence caractéristique  $f_0$  puis, celle du facteur de qualité Q en fonction de  $K_0 = (R_2/R_1) + 1$ . [1pt]
- 4) Sachant que  $R = 68 \text{ k}\Omega$ , déterminer la valeur des condensateurs C qui permettent l'obtention d'une fréquence caractéristique fixée à 1 KHz. [1pt]

Examen Bruit et Filtrage

- 5) Sachant que  $R_2 = 24 \text{ k}\Omega$  (série E24) et  $R_1 = 12,1 \text{ k}\Omega$  (série E48), quelle est la valeur du facteur de qualité  $Q$  ? Que peut-on conclure sur la stabilité du filtre ? [1pt]
- 6) A présent, on fixe  $R_2 = 11,8 \text{ k}\Omega$  (série E96) et  $R_1 = 1,3 \text{ k}\Omega$  (série E24), quel est le signe et la valeur du facteur de qualité ? Dans quelle partie du demi-plan complexe se trouvent les pôles de la fonction de transfert ? [1pt]

Afin de garantir la stabilité du montage avec un gain supérieur à 3, vous décidez de mettre en œuvre un dispositif d'ajustement du facteur de qualité. Pour ce faire, vous insérez dans la boucle de rétroaction un multiplieur analogique tel que présenté sur la figure 2. On rappelle que la fonction de transfert du multiplieur analogique établit la relation  $U_3 = K \cdot U_1 \cdot U_2$  avec  $K = 1/10$ ,  $U_1 = V_s$  et  $U_2 = V_{ref} = 1V$ .

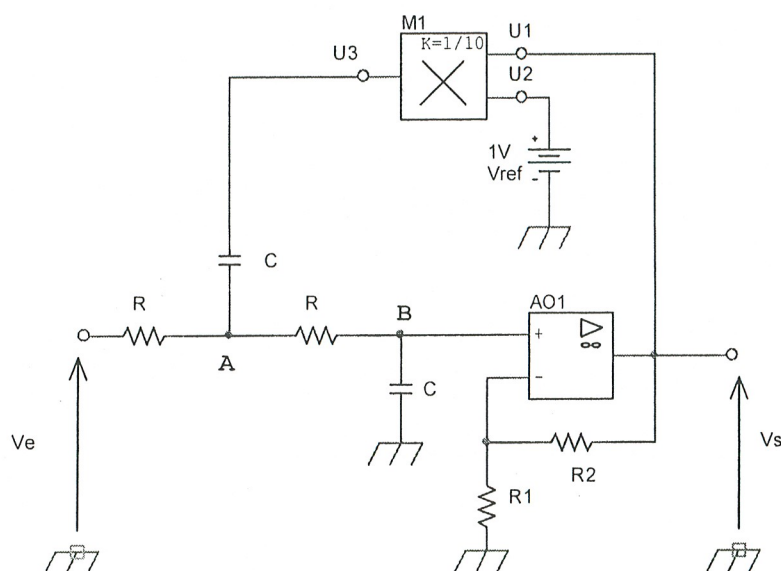


Figure n°2

- 7) Dans l'équation du multiplieur quelle est l'unité du facteur  $K$  ? Si  $V_{ref} = 0V$ , quelle est alors la conséquence sur le filtre ? [1pt]
- 8) Calculer la nouvelle expression analytique de la fonction de transfert  $T(p)$  de la structure en introduisant le facteur  $K$  et  $K_0 = (R_2/R_1) + 1$  (avec  $V_{ref} = 1V$ ). [3pt]
- 9) Démontrer alors que le facteur de qualité du montage s'écrit  $Q = 1/[3 - K_0 K]$ . [1pt]
- 10) Le multiplieur analogique a-t-il une influence sur la fréquence caractéristique  $f_0$  ? Justifier. [1pt]
- 11) Sachant que  $R_2 = 11,8 \text{ k}\Omega$  (série E96) et  $R_1 = 1,3 \text{ k}\Omega$  (série E24) quelle est la valeur du facteur de qualité ? Que peut-on conclure sur la stabilité du filtre. [1pt]

Vous décidez de réaliser le montage au moyen d'un multiplieur analogique de référence AD633 dont les caractéristiques techniques sont présentées en Annexe.

- 12) Dessiner sur votre copie le schéma de câblage de l'AD633. [1pt]



## Annexe



## Low Cost Analog Multiplier

Data Sheet

AD633

### FEATURES

- 4-quadrant multiplication
- Low cost, 8-lead SOIC and PDIP packages
- Complete—no external components required
- Laser-trimmed accuracy and stability
- Total error within 2% of full scale
- Differential high impedance X and Y inputs
- High impedance unity-gain summing input
- Laser-trimmed 10 V scaling reference

### APPLICATIONS

- Multiplication, division, squaring
- Modulation/demodulation, phase detection
- Voltage-controlled amplifiers/attenuators/filters

### FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM

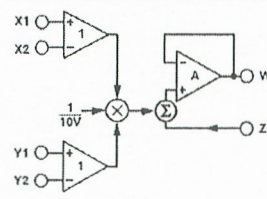


Figure 1.

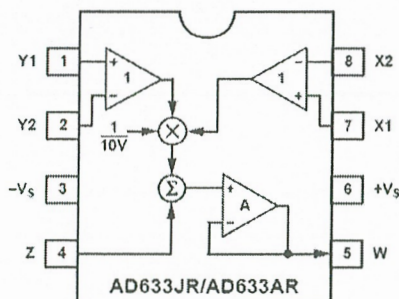


Table 5. 8-Lead SOIC Pin Function Descriptions

Pin No.	Mnemonic	Description
1	Y1	Y Multiplicand Noninverting Input
2	Y2	Y Multiplicand Inverting Input
3	-Vs	Negative Supply Rail
4	Z	Summing Input
5	W	Product Output
6	+Vs	Positive Supply Rail
7	X1	X Multiplicand Noninverting Input
8	X2	X Multiplicand Inverting Input

$$W = \frac{(X1 - X2)(Y1 - Y2)}{10V} + Z$$

Parameter	Conditions	Min	Typ	Max	Unit
POWER SUPPLY					
Supply Voltage			±15		V
Rated Performance					
Operating Range		±8 <sup>1</sup>		±18 <sup>1</sup>	V
Supply Current	Quiescent		4	6 <sup>1</sup>	mA

Fin du document.

# Examen Bruit et filtrage

16/12/2013 - 4AE -

## Exercice n°1

1)  $P_s = 1,5 \text{ pW}$

$P_B = 0,025 \text{ pW}$

$S/N_{\text{dB}} = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_B} \right) = 10 \log \left( \frac{1,5 \text{ p}}{0,025 \text{ p}} \right) = 17,78 \text{ dB.}$

$S/N_{\text{dB}} = \underline{17,78 \text{ dB.}}$

(0.5)  
1pt

2) Il n'agit du bruit de grenaille.

1pt

3) Il n'agit du bruit blanc, donc du bruit thermique.

1pt

4) L'ocart type vaut : c'est la valeur efficace du bruit =  $\sigma$

Unité :  $\underline{V/\sqrt{Hz}} \Leftrightarrow \underline{V^2/Hz}$

Propriété vérifiée par le bruit blanc.

58% du bruit correspond à un intervalle de 2  $\sigma$  de valeurs prises par le bruit.

$4\sigma \approx 95\%$  du bruit.

$6\sigma \approx 99\%$  du bruit.

# Examen Bruit et filtrage 16/12/2013

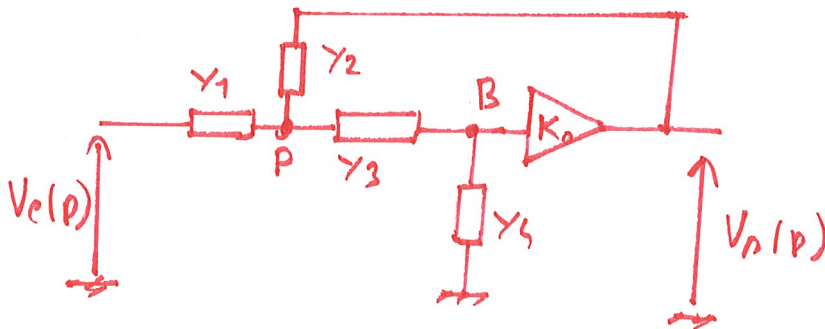
## Exercice n°2

1) Il s'agit d'un filtre actif d'ordre 2 qualifié de structure de Sallen-Key.

tr. rob. de  $R_1$  et  $R_2$  permet d'ajuster le gain  $K_0 = \frac{R_2}{R_1} + 1$ .

2) calcul de la fonction de transfert  $T(p)$

(1pt)



$$\text{Nœud B: } V_B = \frac{V_S}{K_0} = V_P \cdot \frac{Y_3}{Y_3 + Y_4} \Rightarrow V_P = \frac{V_S}{K_0} \cdot \frac{Y_3 + Y_4}{Y_3} \quad (1)$$

$$\text{Nœud P: } \frac{V_e Y_1 + V_S Y_2 + V_B Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad (2)$$

(1) = (2)

$$\frac{V_S}{K_0} \cdot \frac{Y_3 + Y_4}{Y_3} = \frac{V_e Y_1 + V_S Y_2 + \frac{V_S}{K_0} \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

Remarque:

Par calcul  $T(p)$  de l'exercice, on peut partir de cette forme canonique.

$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{K_0 Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3) Y_4 + (Y_1 + (1 - K_0) Y_2) Y_3} = T(p)$$

(1pt)



$$Y_1 = Y_3 = \frac{1}{R} \text{ et } Y_2 = Y_4 = C_p \text{ avec } K_0 = \frac{R_2}{R_1} + 1$$

3) uia :

$$T(p) = \frac{K_0 \cdot \frac{1}{R^2}}{\left(\frac{1}{R} + C_p + \frac{1}{R}\right) C_p + \left(\frac{1}{R} + (1-K_0) C_p\right) \frac{1}{R}}$$

$$T(p) = \frac{K_0 \cdot \frac{1}{R^2}}{2 \frac{C}{R} p + C^2 p^2 + \frac{1}{R^2} + (1-K) \frac{C}{R} p}$$

$$T(p) = \frac{K_0}{1 + RC_p(3-K_0) + R^2 C^2 p}$$

(2pts)

(Total 3pts)

3). c'est de la forme :

$$H(p) = K \cdot \frac{1}{1 + \frac{23}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

ou bien encore :

$$H(j\omega) = K \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2} (j\omega)^2}$$

avec 3 la coef. d'amortissement et

Frequence caractéristique :  $f_0$

$$2\zeta = \frac{1}{Q}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = R^2 C^2 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ soit}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

(0.5)

Comme  $RC p(3-k) = \frac{23}{\omega_0} p = \frac{1}{Q \cdot \omega_0} p$  avec  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

On trouve  $Q = \frac{1}{3-k_0}$  ici  $k = k_0 = \frac{R_2}{R_1} + 1$  (0.5)

4) Avec  $R = 68 k\Omega$

$C = \frac{1}{2\pi R \cdot f_0} = \frac{1}{2\pi \cdot 68 \cdot 10^3 \cdot 10^3} = 2,34 nF = C$  (1 pt)

5)  $R_2 = 24 k\Omega$  et  $R_1 = 12,1 k\Omega$

$k_0 = \frac{24 k}{12,1 k} + 1 = 2,9834$  (0.5)

$Q = (3 - 2,9834)^{-1} \approx \underline{60,2}$  le facteur de qualité est trop élevée. ( $Q = 60$ ) (0.5)

le facteur de qualité étant lié au coef d'amortissement, le coef d'amortissement est trop petit, ceci engendre donc une instabilité du filtre au tour de la fréquence caractéristique.

6)  $R_2 = 11,8 k$  et  $R_1 = 1,3 k\Omega$

$k_0 = \frac{11,8 k}{1,3 k} + 1 = 10,07$  (0.5)

$Q = (3 - 10)^{-1} \approx -0,14$  le facteur devient négatif.

le filtre est instable au sens de oscillant puisque les pôles basculent dans le demi-plan complexe de "droite". (0.5)

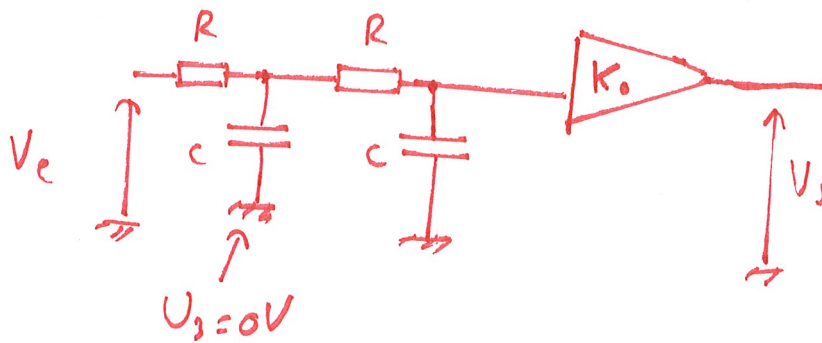


7). Unité du facteur  $[K] = V^{-1}$

(0.5)

Si  $V_{ref} = 0V \Rightarrow U_3 = 0V$ .

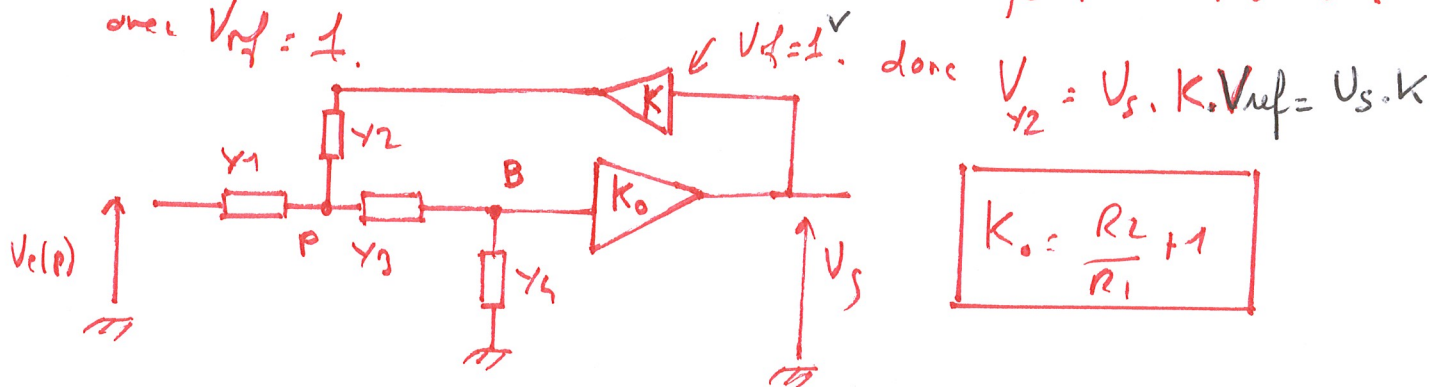
Conséquence: il s'agit toujours d'un filtre passe-haut du 2<sup>nd</sup> ordre dont l'étage d'entrée est purement passif, puis le potentiel du nœud B est amplifié avec l'AOT.



La fréquence de coupure  $\neq f_0$ .

(0.5) La fréquence caractéristique  $\neq f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$  (double cellule en cascade)

8). Nouvelle expression analytique de  $T(\omega)$  en fonction de  $K_0$  et  $K$ , avec  $V_{ref} = 1$ .



Nœud B : méthode identique à la question 2). on trouve :

$$V_p = \frac{V_s}{K_0} \cdot \frac{Y_3 + Y_4}{Y_3} \quad (1)$$

Nœud P :

$$V_p = \frac{V_e Y_1 + V_s K Y_2 + \frac{V_s}{K_0} \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$\frac{V_S}{K_0} \cdot \frac{Y_3 + Y_3}{Y_3} = \frac{V_e Y_1 + K V_S Y_2 + \frac{V_S}{K_0} \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{K_0 Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3) + Y_3 (Y_1 + Y_2 (1 - K_0 K))} = T(p)$$

Outre le second terme du dénominateur la forme canonique est identique à celle trouvée en question 2).

Dès lors  $T(p)$  est de la forme :

$$T(p) = \frac{K_0}{1 + RCp(3 - K_0 K) + R^2 C^2 p^2}$$

(3 pts)

9) Facteur de qualité  $Q$ . (répondre analogue question 3)

$$RCp(3 - K_0 K) = \frac{2\beta}{\omega_0} p = \frac{1}{Q \cdot \omega_0} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - K_0 K}$$

(1 pt)

10) La fréquence caractéristique reste inchangée

$$\frac{1}{\omega_0^2} = R^2 C^2 \quad \text{soit} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

(1 pt)

11)  $R_2 = 11,8k$  et  $R_1 = 1,3k$  (valeur de 6). ou  $Q = -7$ , de  $\Sigma$  instable)

soit  $R_0 = \frac{11,8k}{1,3k} + 1 \approx 10$

comme  $K = \frac{1}{10}$ , on trouve  $Q = \frac{1}{3 - K_0 \cdot K} = \frac{1}{3 - 10 \cdot \frac{1}{10}} = \frac{1}{2}$

$Q = 0,5$

0.5

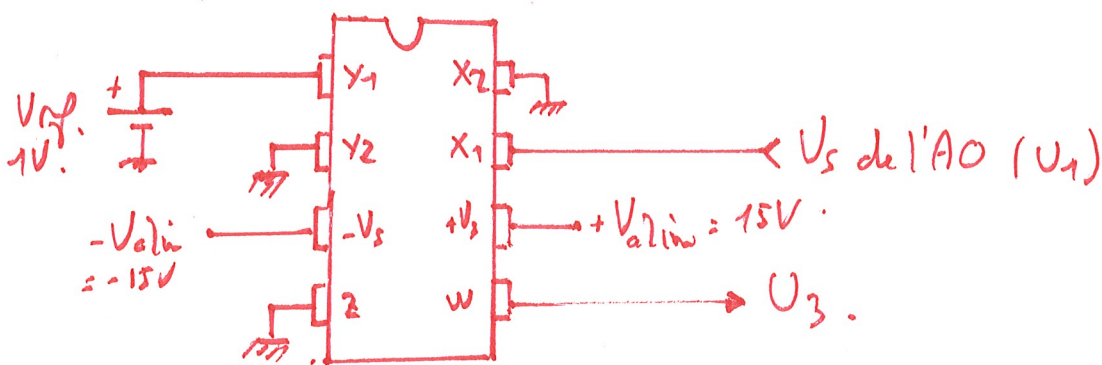
le filtre est stable avec un facteur de qualité  $= 0,5$   $\Sigma$  1pt  
avec un gain à tension  $\geq 3!!!$  le montage demeure stable!

12). Câblage de l'AD633.

$$W = \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{10V} + Z$$

On veut  $U_3 = \frac{(U_1 \times U_2)}{10V}$ , on fixe  $X_1 = U_1 = V_s$  de l'AO  
 $Y_1 = U_2 = V_{ref}$

puis  $X_2 = Y_2 = Z = 0V = GND.$

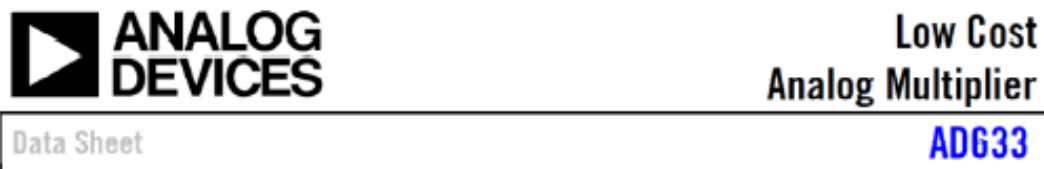


1pt

- 7) Dans l'équation du multiplieur quelle est l'unité du facteur K ? Si  $V_{ref} = 0V$ , quelle est alors la conséquence sur le filtre ? [1pt]
- 8) Calculer la nouvelle expression analytique de la fonction de transfert  $T(p)$  de la structure en introduisant la facteur K et  $K_0 = (R_2/R_1) + 1$  (avec  $V_{ref} = 1V$ ). [3pt]
- 9) Démontrer alors que le facteur de qualité du montage s'écrit  $Q = 1/[3 - K_0 K]$ . [1pt]
- 10) Le multiplieur analogique a-t-il une influence sur la fréquence caractéristique  $f_0$  ? Justifier. [1pt]
- 11) Sachant que  $R_2 = 11,8 \text{ k}\Omega$  (série E96) et  $R_1 = 1,3 \text{ k}\Omega$  (série E24) quelle est la valeur du facteur de qualité ? Que peut-on conclure sur la stabilité du filtre. [1pt]

Vous décidez de réaliser le montage au moyen d'un multiplieur analogique de référence AD633 dont les caractéristiques techniques sont présentées en Annexe.

- 12) Dessiner sur votre copie le schéma de câblage de l'AD633. [1pt]



#### FEATURES

4-quadrant multiplication  
Low cost, 8-lead SOIC and PDIP packages  
Complete—no external components required  
Laser-trimmed accuracy and stability  
Total error within 2% of full scale  
Differential high impedance X and Y inputs  
High impedance unity-gain summing input  
Laser trimmed 10 V scaling reference

#### APPLICATIONS

Multiplication; division; squaring  
Modulation/demodulation; phase detection  
Voltage-controlled amplifiers/attenuators/filters

#### FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM

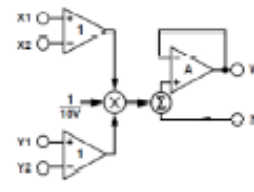


Figure 1.

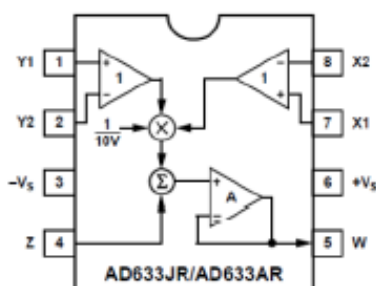


Table 5. 8-Lead SOIC Pin Function Descriptions

Pin No.	Mnemonic	Description
1	Y1	Y Multiplicand Noninverting Input
2	Y2	Y Multiplicand Inverting Input
3	$-V_S$	Negative Supply Rail
4	Z	Summing Input
5	W	Product Output
6	$+V_S$	Positive Supply Rail
7	X1	X Multiplicand Noninverting Input
8	X2	X Multiplicand Inverting Input

$$W = \frac{(X1 - X2)(Y1 - Y2)}{10V} + Z$$

Parameter	Conditions	Min	Typ	Max	Unit
POWER SUPPLY					
Supply Voltage			$\pm 15$		V
Rated Performance					V
Operating Range		$\pm 10^1$		$\pm 10^1$	V
Supply Current	Quiescent		4	$6^1$	mA



Examen Bruit et Filtrage

Durée 1h30 ; Documents autorisés. Barème donné à titre indicatif. Il sera tenu compte de la qualité de la présentation de la copie.

**Exercice : Analyse d'un dipôle bruyant.**

[4 points]

La figure ci-dessous présente la mesure d'un bruit blanc réalisé dans une bande passante de 10MHz.

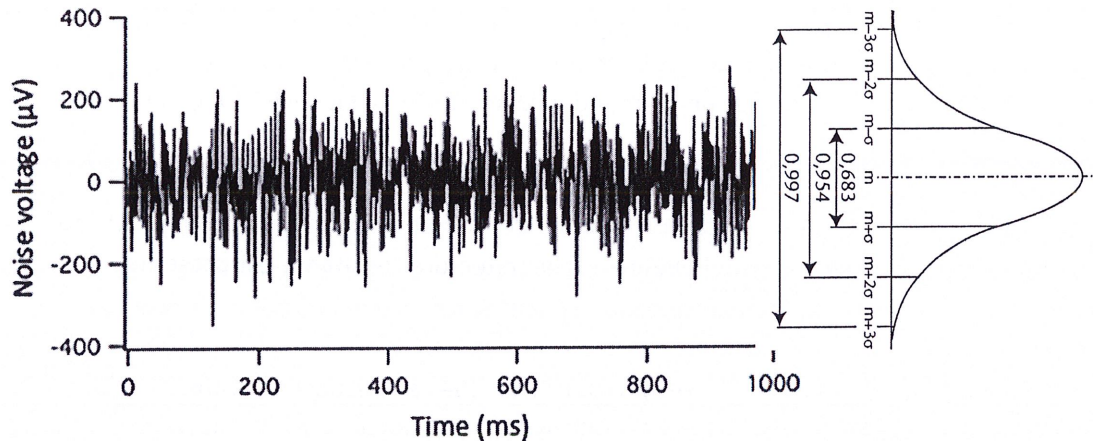


Figure 1 : Mesure temporelle de la tension bruit d'un dipôle passif.

- 1) Quelle est la valeur moyenne de cette tension bruit ?
- 2) Déterminer  $\sigma$ , la valeur efficace de cette tension de bruit ?
- 3) Quel type de dipôle est capable de générer ce type de bruit ?
- 4) Sachant que la mesure a été effectuée à température ambiante (20°C), déterminer sa valeur ohmique.
- 5) Donner le schéma équivalent de Thévenin ce dipôle.

[0,5pt]

[1pt]

[0,5pt]

[1pt]

[1pt]

**Problème : Etude d'un filtre coupe bande actif d'ordre 2.**

[16 points]

Dans ce problème, on se propose d'étudier pas à pas la conception d'un filtre coupe bande actif d'ordre 2. Pour initier cette étude on commencera par analyser un type de filtre particulier présenté sur la figure 2. Dans cette étude, on considèrera que les AOs ont une fréquence de transition  $f_T = 1\text{MHz}$  et sont polarisés au moyen d'une source d'alimentation symétrique  $V_{\text{alim}} = \pm 15\text{V}$ .

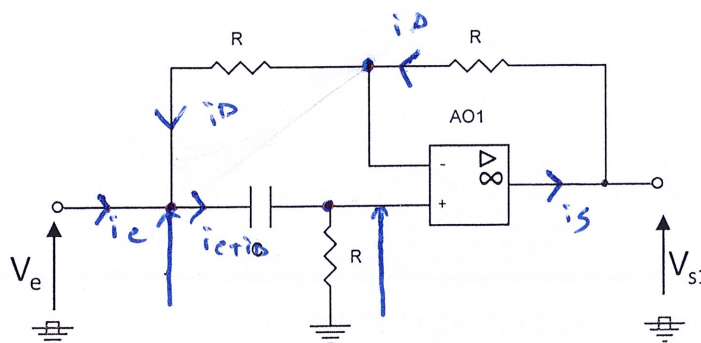


Figure n°2

- 1) Calculer l'expression analytique de la fonction de transfert  $H(p) = V_{s1}(p)/V_e(p)$  du montage.
- 2) Sachant que  $R = 68\text{ k}\Omega$  déterminer la valeur du condensateur  $C$  pour fixer une pulsation radiale de coupure à  $\omega_0 = 100\pi\text{ rd.s}^{-1}$ .

[2pts]

[1pt]



Examen Bruit et Filtrage

- 3) Réaliser qualitativement les tracés du module et l'argument (en fonction de la fréquence) dans le plan de Bode. [1pt]
- 4) Dédurre de ce tracé la fonction remplie par ce type de structure. [1pt]
- 5) Calculer l'expression analytique de l'impédance d'entrée du montage, puis tracer son évolution dans le plan de Bode (uniquement le module en fonction de la fréquence). On rappelle que l'impédance d'entrée se calcule selon l'équation  $Z_e = V_e / I_e$  lorsque  $V_{s1}$  est à vide. [1pts]
- 6) Existe-t-il un risque de désadaptation d'impédance en tension vis-à-vis du générateur d'entrée ? Justifier votre réponse. [1pt]

A présent on se propose de rajouter un couple de composants passifs (une résistance  $R$  et un condensateur  $C1$ ) sur le montage de la figure 1. L'architecture résultante est présentée sur les figures 2 et 3.

- 7) En vous appuyant sur la fonction de  $H(p)$ , démontrer que la fonction de transfert  $T(p) = V_e(p) / V_s(p)$  peut se mettre sous la forme canonique d'un filtre coupe bande d'ordre 2. On rappelle que la forme canonique d'un tel filtre s'écrit :  $T(p) = \frac{p^2 + \omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$ . [3pts]

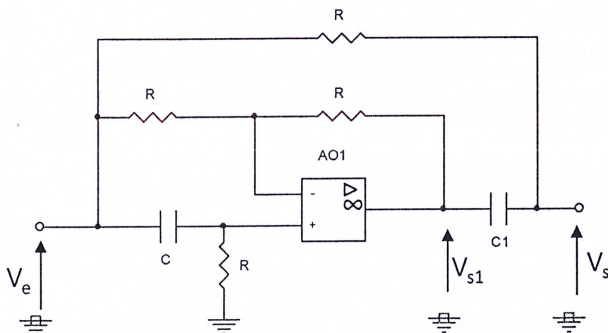


Figure n°3

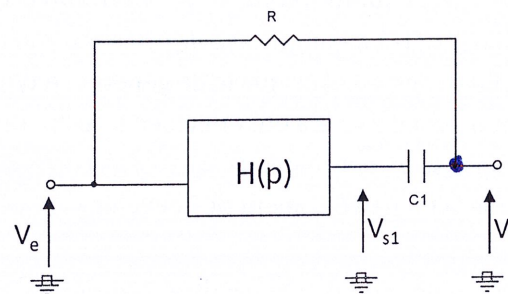


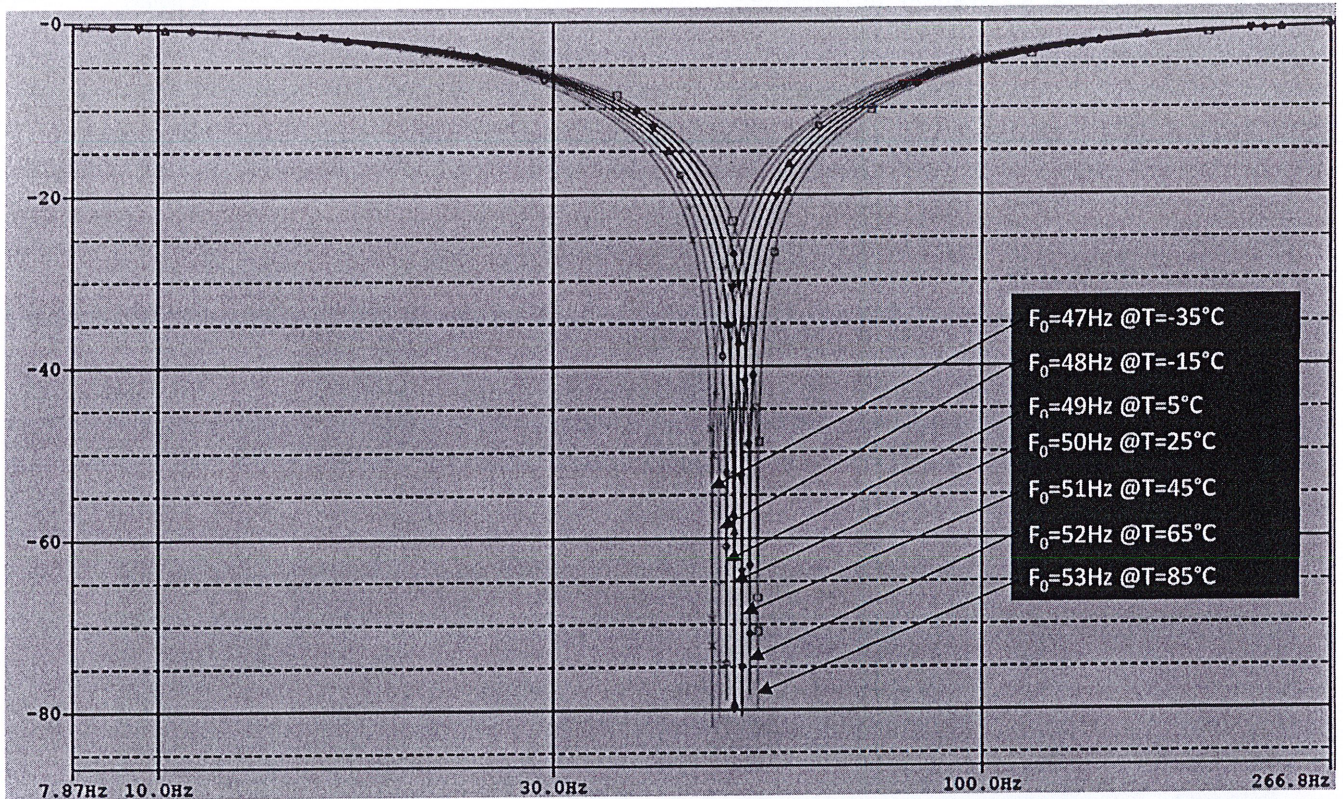
Figure n°4

- 8) Déterminer les expressions analytiques de la fréquence de coupure  $f_0$ , du coefficient d'amortissement  $m$ . [1pt]
- 9) Sachant que  $R=68k\Omega$  et  $C=47nF$ , déterminer la valeur de  $C1$  qui fixe la fréquence de coupure à 50Hz. [1pt]
- 10) Les relevés expérimentaux donnés en annexe présentent les variations de la fréquence de coupure en fonction de la température. Dédurre de ces courbes le facteur de sensibilité  $S_T^{f_0}$  (Hz/°C). [1pt]
- 11) A partir de  $S_T^{f_0}$  déterminer les fréquences de coupures théoriques pour  $T=8^\circ C$  et  $T=37^\circ C$ . Que peut-on conclure ? [1pt]
- 12) Toujours à partir des relevés expérimentaux, peut-on identifier un risque de désadaptation d'impédance en tension vis-à-vis du générateur d'entrée ? Si oui, donner la valeur critique de cette impédance et proposer une valeur pour l'impédance du générateur. Dans le cas contraire, justifier votre réponse. [1pt]
- 13) Sachant que pour  $f = f_0$  les impédances des condensateurs sont minimales  $Z_c(f_0) \rightarrow 0$ , déterminer par le calcul la valeur de l'impédance d'entrée minimale du montage. [1pt]

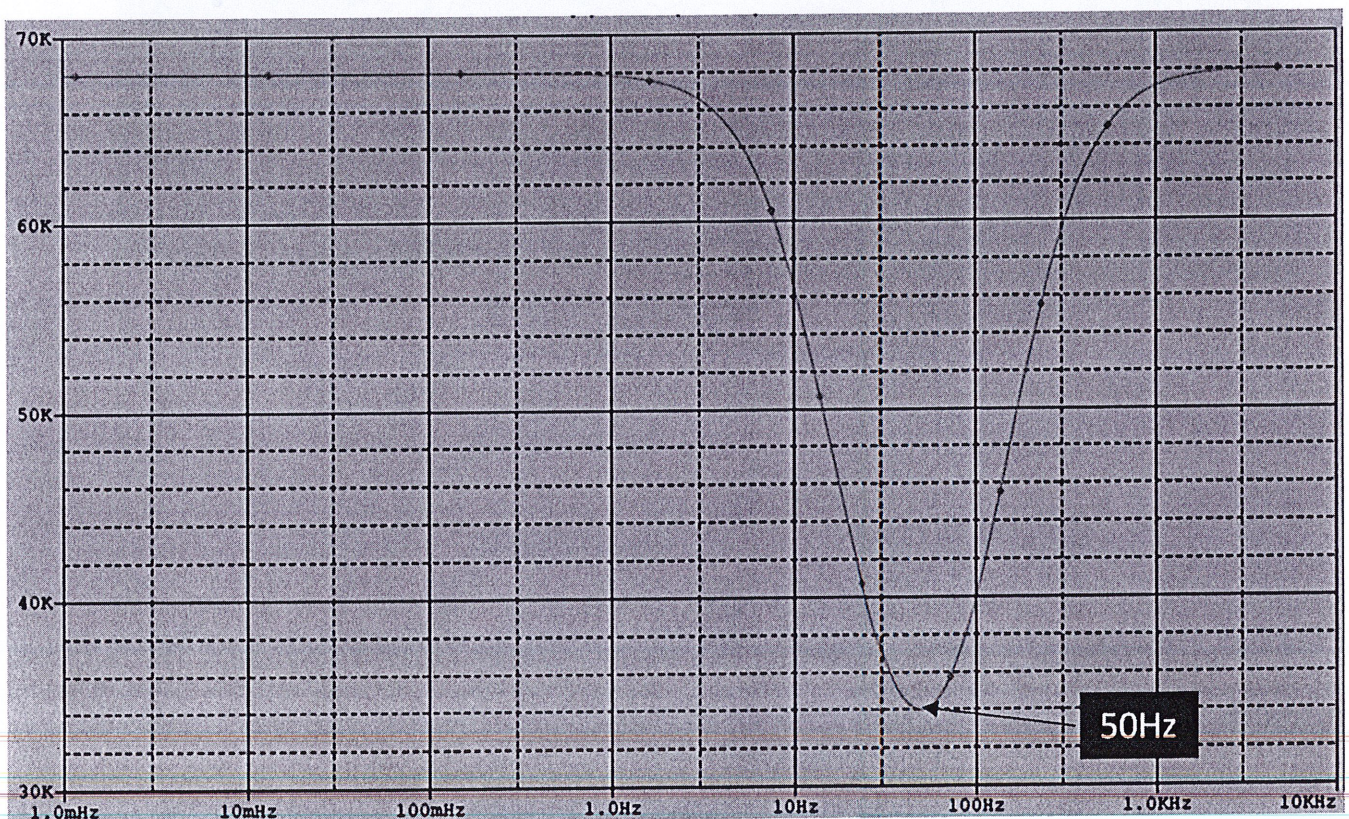


Examen Bruit et Filtrage

**Annexe**



Variation de la fréquence de coupure (Hz) du montage (figure 2) en fonction de la température ( $^\circ\text{C}$ ).



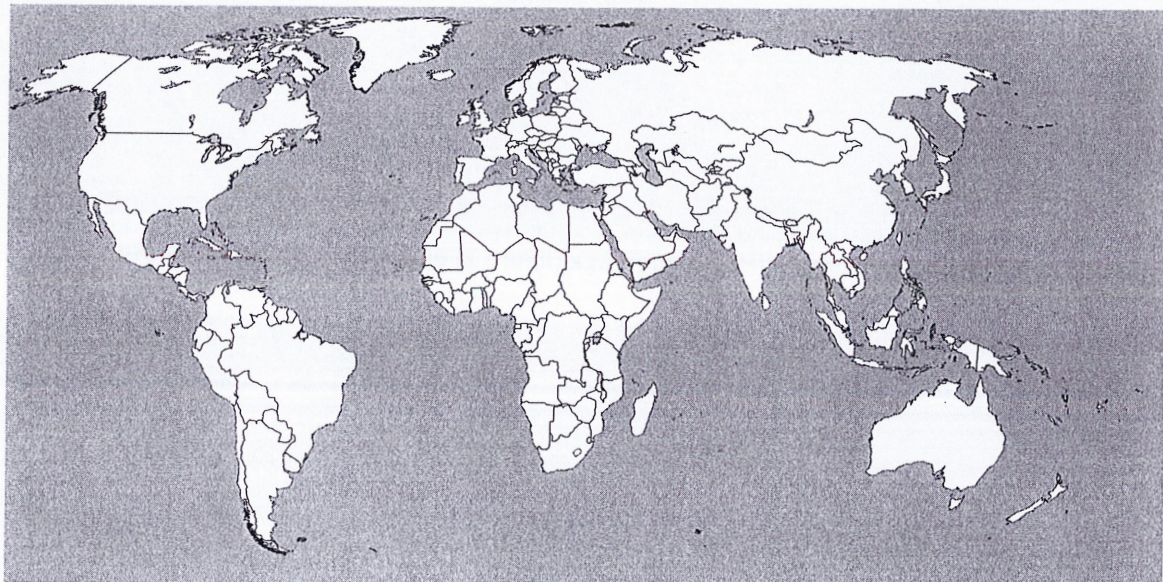
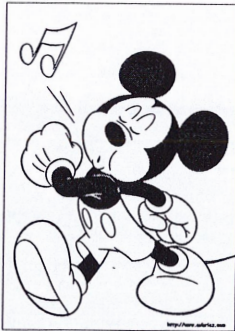
Variation de l'impédance d'entrée ( $\Omega$ ) du montage (figure 2) en fonction de la fréquence (Hz).



Examen Bruit et Filtrage

Question bonus : Aidez-les à retrouver leur maison...

[1 point]



Fin du document.

# Correction Examen Bruit et Filtrage (14/11/2018)

## Exercice

- 1) Valeur moyenne  $m = 0V$ . (null)
- 2) La tension efficace du bruit se détermine à partir de la bande  $[m - \sigma; m + \sigma]$  : soit une probabilité de 68,3% d'y appartenir. D'où lors la lecture du graphe temporel donne :  $V_{b,eff} = 100\mu V$ .
- 3) Une résistance
- 4)  $T = 20^\circ C \Rightarrow T = 293,15 K$ .

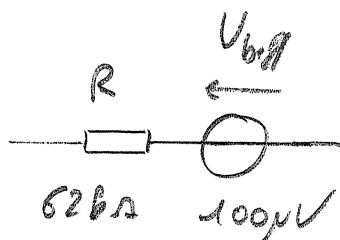
Sachant que  $V_{b,eff} = \sqrt{4k_B T R \Delta f}$  on a  $R = 1,38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$

$$R = \frac{V_{b,eff}^2}{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293,15 \cdot 10^7} = 61,768 \text{ k}\Omega$$

$T = 293,15 K$   
 $\Delta f = 10^7 Hz$   
 $V_{b,eff} = 100\mu V$

$R = 62 \text{ k}\Omega$

5) schéma équivalent :



## Problème :

$$1) \quad v^- = \frac{V_e + V_m}{2} \quad \text{et} \quad v^+ = V_e \cdot \frac{R_{Cp}}{1 + R_{Cp}} ; V_e \cdot \frac{Z_{Op}}{1 + Z_{Op}} \quad \text{avec} \quad Z_e = R_e$$

AOP idéal  $\Rightarrow v^+ = v^-$  (en régime linéaire)

$$\frac{V_{s+}}{V_e} = \frac{R_{Cp} - 1}{R_{Cp} + 1} = \frac{Z_{Op} - 1}{Z_{Op} + 1}$$

$$2) \quad \omega_0 = \frac{1}{Z_e} = \frac{1}{R_e} \Rightarrow C = \frac{1}{R \cdot \omega_0} = \frac{1}{68k \cdot 100\pi} = 46,81nF \text{ soit } 47nF$$

valeur normalisée.

$$\underline{C = 47nF}$$

3) Trouvé Bode

$$H(j\omega) = \frac{-1 + jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

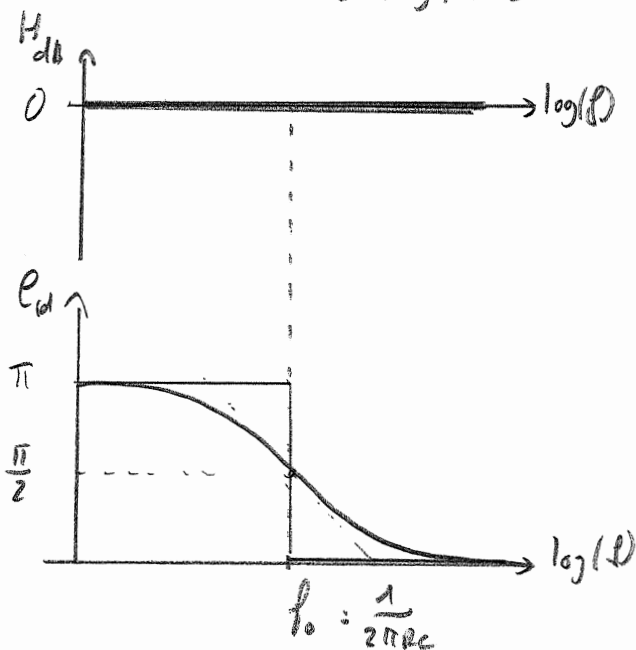
$$|H| = 1 \text{ soit } 0dB.$$

$$\text{Arg}(H) = \pi - 2 \arctan(RC\omega)$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad \varphi = \pi$$

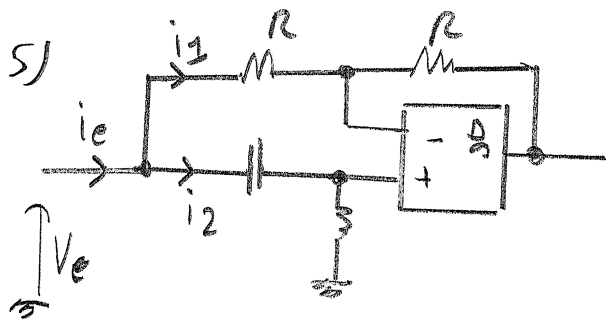
$$\omega = \frac{1}{RC} \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad \varphi = 0$$



4) C'est un filtre qualifié de circuit déphaseur pur.



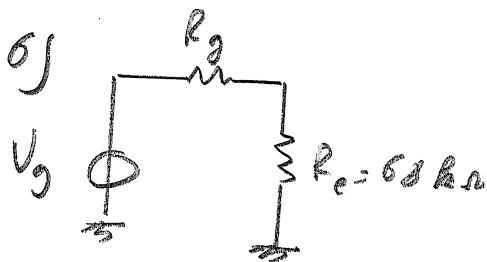


$$i_2 = \frac{V_e}{z_c + z_R} = \frac{V_e \cdot C_p}{1 + R C_p} \quad \text{avec } z_c = \frac{1}{C_p} \quad z_R = R$$

$$i_1 = \frac{V_e - V^-}{R} \quad \text{avec } V^- = V_e \cdot \frac{R C_p}{1 + R C_p} \Rightarrow i_1 = \frac{V_e}{R(1 + R C_p)}$$

$$i_e = i_1 + i_2 = \frac{V_e}{R(1 + R C_p)} + \frac{V_e C_p}{(1 + R C_p)} = V_e \left[ \frac{1 + z_R C_p + R C_p^2}{R(1 + R C_p)^2} \right]$$

$$\boxed{\frac{V_e}{i_e} = R = R_e} \quad \text{avec } R_e = 68 \text{ k}\Omega$$



Où il faut vérifier si  $R_g$  n'est pas trop inférieure à  $R_e$ .

Il faut que  $R_g \ll R_e$ .

$$7) \quad V_s = \frac{V_e G + V_s' C_{1p}}{G + C_{1p}} = \frac{V_{in} G + V_{in} \cdot T(p) \cdot C_{1p}}{G + C_{1p}}$$

$$V_s (G + C_{1p}) = V_{in} \left( G + \frac{(z_p - 1)}{(z_p + 1)} \cdot C_{1p} \right) \quad \text{avec } z = R C_p$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{G + \frac{z_p - 1}{z_p + 1} \cdot C_{1p}}{G + C_{1p}} = \frac{\frac{1}{z_p} + \frac{z_p - 1}{z_p + 1}}{\frac{1}{z_p} + 1}$$

$$= \frac{1 + p(z - z_1) + z_1 z p^2}{(z_1 p + z_1 z p^2)} \times \frac{z_1 p}{(1 + z_1 p)}$$

$$= \frac{z_1 p + p^2(z - z_1)z_1 + z_1^2 z p^3}{z_1 p + z_1^2 p^2 + z_1 z p^2 + z_1^2 z p^3} = \frac{z_1 p + p^2(z - z_1)z_1 + z_1^2 z p^3}{z_1 p + p^2(z_1 z + z_1^2) + z_1^2 z p^3}$$

$$\text{Soit } \frac{V_s}{V_e} = \frac{1 + (z - z_1)p + z_1 z p^2}{1 + p(z + z_1) + z_1 z p^2}$$

Pour avoir un filtre réjeteur il faut que

$$(z - z_1)p = 0 \text{ soit } z = z_1 \Rightarrow R_C = R_{C_1}$$

$$\text{soit } C = C_1.$$

Dès lors,

$$T(p) = \frac{1 + z^2 p^2}{1 + 2z p + z^2 p^2}$$

en divisant par  $z^2$  et en posant  $\frac{1}{\sigma} = \omega_0$   
c'est bien de la forme :

$$T(p) = \frac{p^2 + \omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$$

$$\text{Dès lors } \omega_0^2 = \frac{1}{\sigma^2} \text{ soit } \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi R C_1}}$$

$$\boxed{m = 1.}$$

$$9) \underline{C = C_1 = 47 \text{ nF}}$$

10). La lecture des courbes souligne une variation de +1 Hz tant les +20°C.

$$S_7^{f_0} = \frac{53-49}{85-35} = \frac{4}{120} = \frac{1}{20} \frac{\text{Hz}}{^\circ\text{C}}$$

$$S_7^{f_0} = 0,05 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$$

11). @  $T = 5^\circ\text{C}$   $f_0 = 49 \text{ Hz}$  ; pour  $T = 8^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T = +3^\circ\text{C}$

$$\text{soit } f_0(8^\circ\text{C}) = f_0(5^\circ\text{C}) + S_7^{f_0} \cdot \Delta T = 49 + 0,05 \cdot 3 = \underline{\underline{49,15 \text{ Hz}}}$$

@  $T = 45^\circ\text{C}$   $f_0 = 51 \text{ Hz}$  ; pour  $T = 37^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T = -8^\circ\text{C}$

$$\text{soit } f_0(37^\circ\text{C}) = f_0(45^\circ\text{C}) + S_7^{f_0} \cdot \Delta T = 51 - 0,05 \cdot 8 = \underline{\underline{50,6 \text{ Hz}}}$$

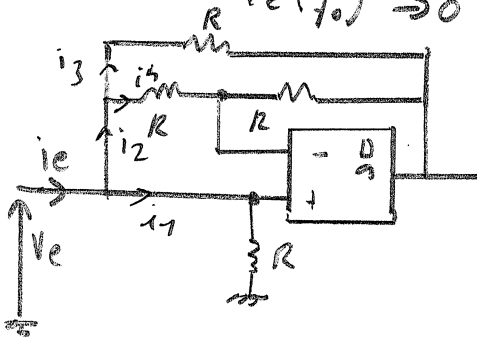
La fréquence de réjection est peu dépendante de la température.

12) Oui il y a un risque de désadaptation d'impédance.

Dans le cas d'étude, la courbe montre que l'impédance d'entrée est divisée par deux : soit  $R_e = \frac{R}{2} = 34 \text{ k}\Omega$  à  $f = 50 \text{ Hz}$ .

"A la fréquence d'utilisation,  $Z_e$  est minimal".

13). Pour  $Z_e(f_0) \rightarrow 0$ , le schéma devient :



$$i_1 = \frac{V_e}{R} ; i_4 = 0 ; i_3 = \frac{V_e}{R} \text{ donc } i_e = i_1 + i_3$$

$$i_e = V_e \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) \text{ soit } \frac{V_e}{i_e} = \frac{R}{2} = 34 \text{ k}\Omega$$

Examen Bruit et Filtrage Actif

Durée 2h00

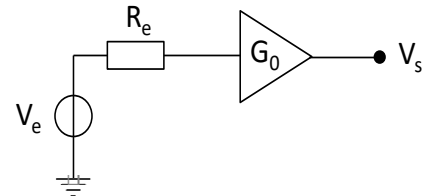
Documents autorisés. Barème donné à titre indicatif. Il sera tenu compte de la qualité de la présentation de la copie.

**Les 3 exercices sont indépendants.**

**Exercice 1 : Savoir calculer une tension maximale à l'entrée d'un montage amplificateur.**

**[2points]**

Soit un amplificateur de tension ayant un gain  $G_0=100\text{V/V}$ , une bande équivalente de bruit  $B_{eq}=20\text{kHz}$  et un facteur de bruit  $F_B=5\text{dB}$ . On souhaite fixer un rapport Signal/Bruit en sortie de 90dB.



- 1) Calculer le rapport signal/bruit (exprimé en dB) en entrée de l'amplificateur.
- 2) Sachant que le modèle équivalent du générateur d'entrée est de la forme  $V_e(t) = E_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$  avec  $R_e=100\Omega$  à  $T=290\text{K}$ , déterminer la valeur **maximale** de la **tension d'entrée**  $V_e$  qui garantit l'obtention d'un rapport Signal/Bruit en sortie de 90dB.

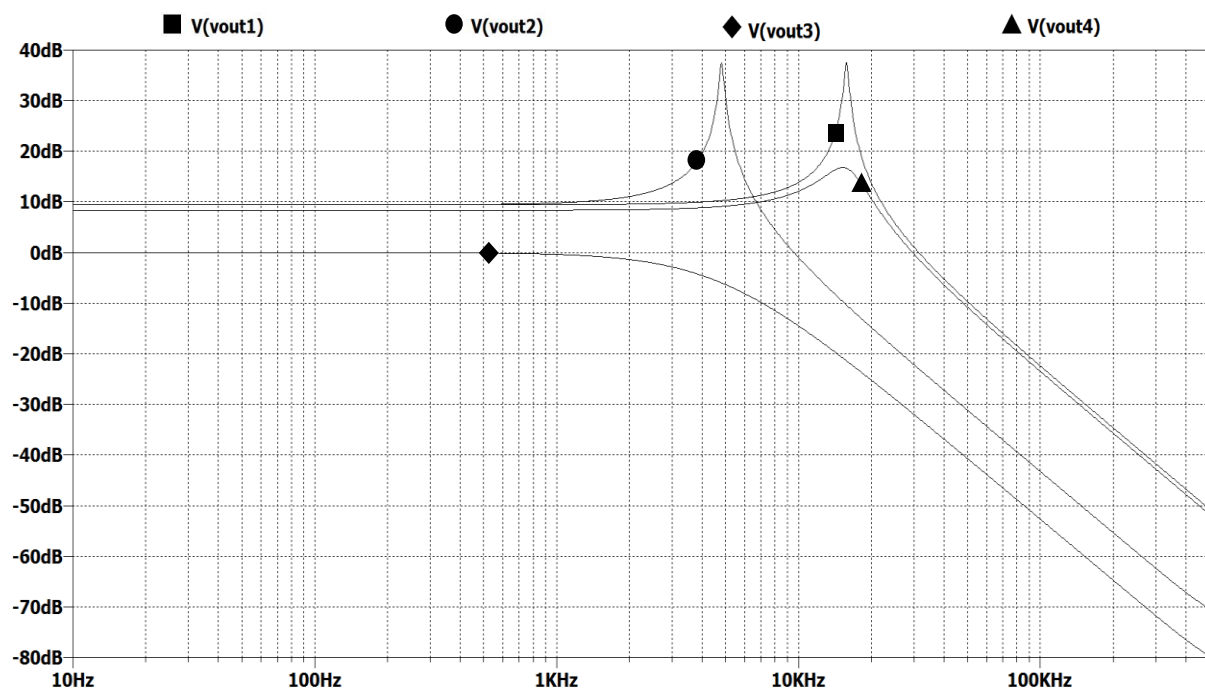
*Remarque : on sait qu'utiliser un montage en, boucle fermée réduit le bruit....*

**Exercice 2 : Aider votre binôme à retrouver ses simulations de filtre.**

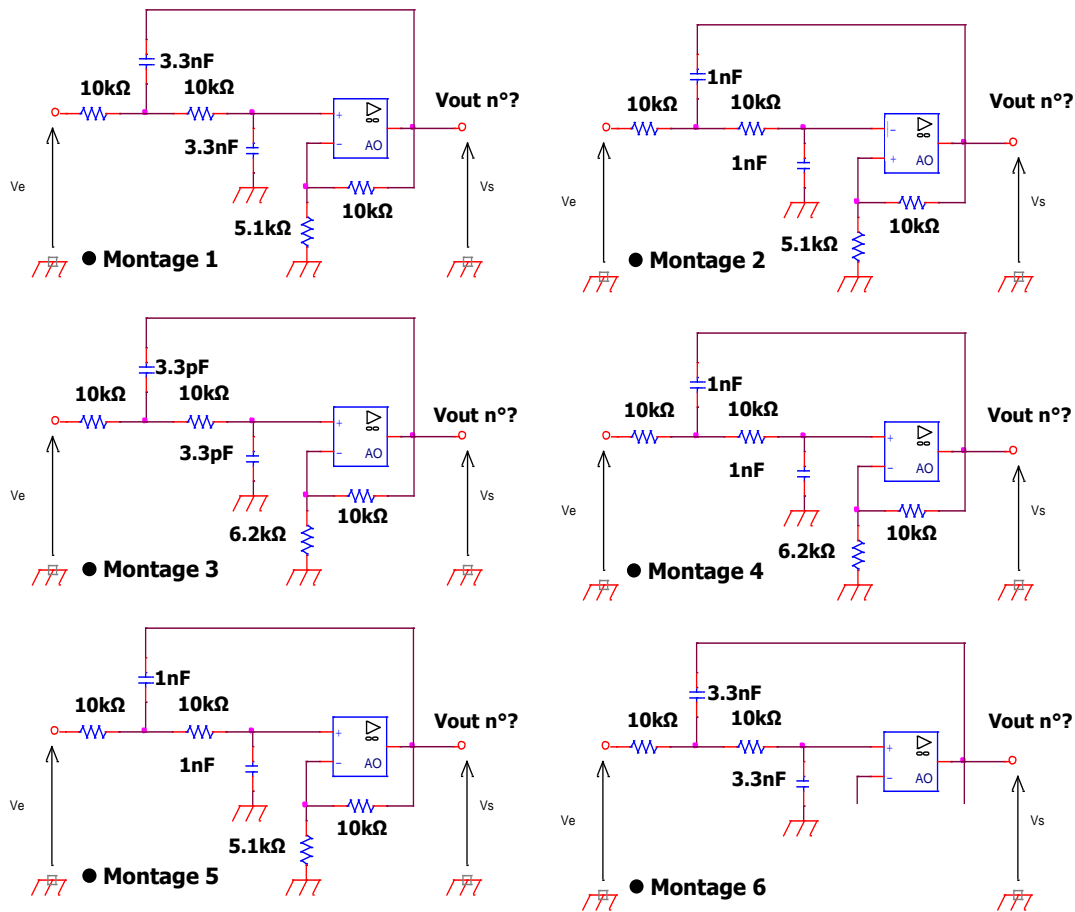
**[4points]**

Votre collègue (qui a fait ses études en 2013) vient de vous donner un *Run* de simulations de filtres actifs. Il vous informe que les composants ont une tolérance de 5% pour les condensateurs, 1% pour les résistances et 20% pour le GBW de l'AOP. Toutefois, dans sa précipitation il a oublié de mentionner la correspondance entre les simulations et le montage électronique associé ! Sachant qu'il vous a donné plus de schémas que de courbes, saurez-vous identifier l'adéquation entre les courbes simulées ( $V_{out1}$  à 4) et les 4 montages associés ? Justifier brièvement chacune de vos réponses.

**[4pts]**



Examen Bruit et Filtrage Actif



**Problème : Etude d'un filtre actif d'ordre 2 à fréquence caractéristique ajustable. [14 points]**

Dans ce problème on vous demande de dimensionner les composants passifs d'un filtre actif d'ordre 2 (figure 1) avec la possibilité d'ajuster la fréquence caractéristique. Les amplificateurs opérationnels utilisés sont supposés parfaits. Pour concevoir ce filtre, la solution technologique repose sur deux types d'amplificateur : un amplificateur de tension classique (AO) et un Amplificateur Opérationnels à Transconductance (OTA). Les amplificateurs sont tous alimentés avec une tension symétrique  $\pm V_{alim} = \pm 15\text{V}$ .

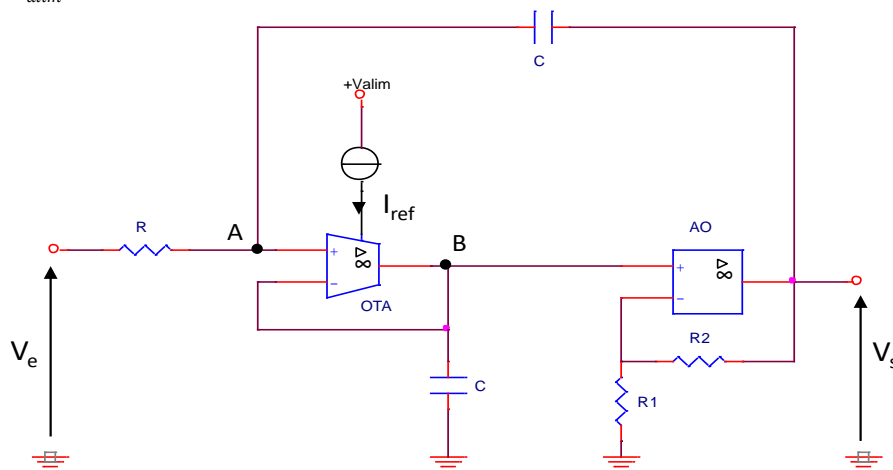


Figure n°1



Examen Bruit et Filtrage Actif

- 1) Donner l'expression analytique de la fonction de transfert  $\frac{V_B(p)}{V_A(p)} = T_1(p) = \frac{1}{1+\tau_0 p}$  avec  $\tau_0 = \frac{C}{g_m}$ . On rappelle que le courant de sortie de l'OTA est régi par l'équation :  $I_s = g_m(v^+ - v^-)$ . [1pt]
- 2) Donner l'expression analytique de la fonction de transfert  $\frac{V_S(p)}{V_B(p)} = T_2(p) = K_0$  [0,5pt]
- 3) En vous appuyant sur les expressions analytiques de  $T_1(p)$  et  $T_2(p)$  démontrer que l'expression analytique de  $\frac{V_S(p)}{V_e(p)} = T(p) = \frac{K_0}{1+RCp(1+\frac{\tau_0}{RC}-K_0)+RC\tau_0 p^2}$  [3pts]
- 4) Compte tenu de l'expression de  $T(p)$ , quel est le type de filtre réalisé [0,5 pt]
- 5) Sachant que  $R=10k\Omega$  et  $C=22nF$ , déterminer la valeur de  $g_m$  qui permet d'ajuster la fréquence caractéristique  $f_0 = 3.3kHz$ . [1pt]
- 6) Pour réaliser le montage vous avez sélectionné un OTA de référence CA3080. En vous appuyant sur la *Datasheet* donnée en Annexe 1, déterminer la valeur du courant  $I_{ref}$  qui permet de fixer la valeur de  $g_m$  à  $T=25^\circ C$ . [1pt]
- 7) Votre binôme propose de dimensionner  $R_1=R_2=10k\Omega$ . Dans ces conditions, déterminer le signe et la valeur du facteur de qualité  $Q$ . Que peut-on conclure sur la stabilité du filtre ? [1pt]

Finalement votre binôme à l'idée d'insérer un multiplieur analogique (figure 2) dans la boucle de rétroaction avec l'espoir de stabiliser le montage avec un gain supérieur à 2. Il vous demande de choisir  $R_1=1k\Omega$  et  $R_2=9k\Omega$  ! Pour mémoire, la fonction de transfert du multiplieur est régi par la relation  $U_3=K.U_1.U_2$  avec  $K=100mV^{-1}$ ,  $U_1=V_s$  et  $U_2=V_{ref}=1V$ .

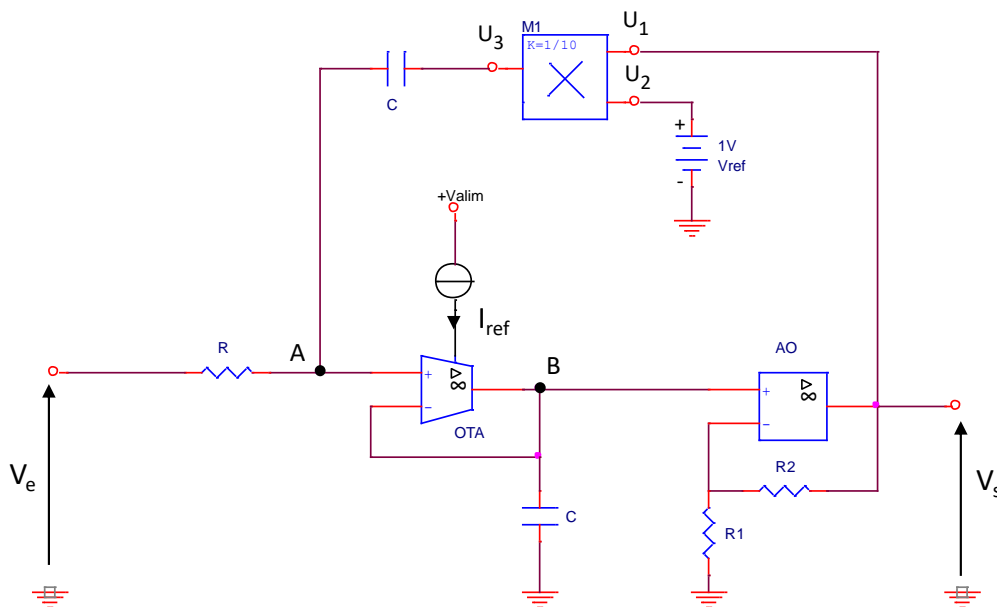


Figure n°2

- 8) Dans ces conditions déduire la nouvelle expression analytique de la fonction de transfert  $T(p)$  en introduisant le facteur  $K$  et  $K_0=(R_2/R_1)+1$  (avec  $V_{ref}=1V$ ). [2.5pt]
- 9) Démontrer que le facteur de qualité du filtre s'écrit :  $Q = \frac{\sqrt{R.g_m}}{R.g_m(1-K.K_0)+1}$  [1pt]

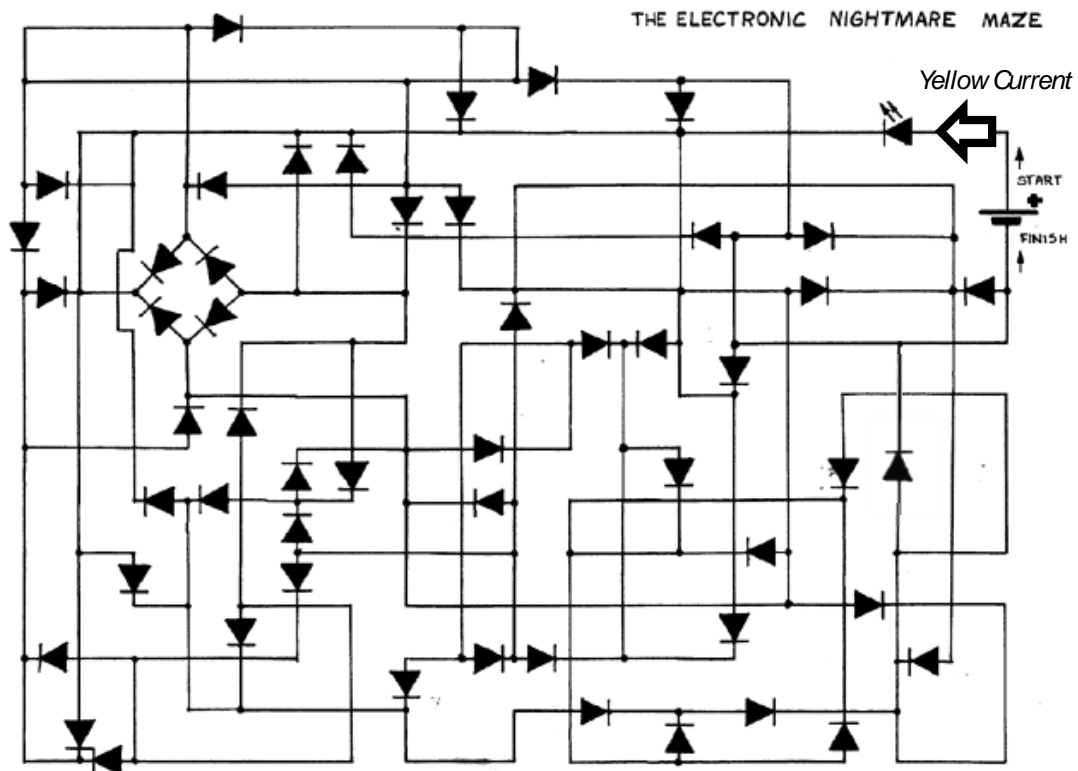
Examen Bruit et Filtrage Actif

- 10) Calculer la valeur du facteur de qualité. [1pt]
- 11) La présence du multiplieur à t-il une influence sur la fréquence caractéristique du filtre ? Justifier votre réponse brièvement. [1pt]
- 12) Que peut-on conclure sur la stabilité du filtre ? Justifier brièvement votre réponse. [0.5pt]

Question bonus :

- Help *Yellow Current* to go back home!!! Trace the good way...

[1pt]



Examen Bruit et Filtrage Actif

# Annexe 1 : Operational Transconductance Amplifier (OTA) : CA3080



## CA3080

Operational Transconductance Amplifier (OTA)

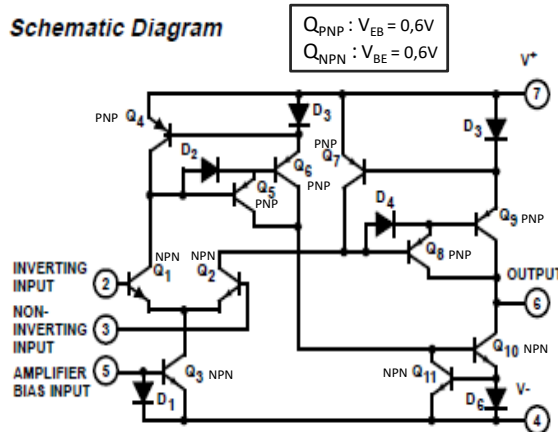
### Features

- Slew Rate (Unity Gain, Compensated).....50V/ms
- Adjustable Power Consumption.....10μW to 30μW
- Flexible Supply Voltage Range.....±2V to ±15V
- Fully Adjustable Gain.....0 to gm<sub>L</sub> Limit
- Tight gm Spread:
  - CA3080.....2:1
  - CA3080A.....1.6:1
- Extended gm Linearity.....3 Decades

### Applications

- Sample and Hold
- Multiplexer
- Voltage Follower
- Multiplier
- Comparator

### Schematic Diagram



### Description

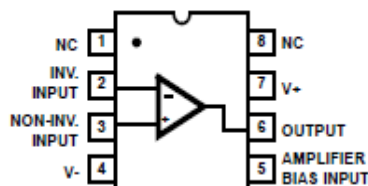
The CA3080 and CA3080A types are Gatable-Gain Blocks which utilize the unique operational-transconductance-amplifier (OTA) concept described in Application Note ICAN-6668, "Applications of the CA3080 and CA3080A High-Performance Operational Transconductance Amplifiers".

The CA3080 and CA3080A types have differential input and a single-ended, push-pull, class A output. In addition, these types have an amplifier bias input which may be used either for gating or for linear gain control. These types also have a high output impedance and their transconductance (gm) is directly proportional to the amplifier bias current (I<sub>ABC</sub>).

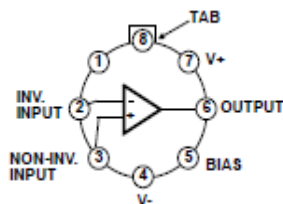
The CA3080 and CA3080A types are notable for their excellent slew rate (50V/μs), which makes them especially useful for multiplexer and fast unity-gain voltage followers. These types are especially applicable for multiplexer applications because power is consumed only when the devices are in the "ON" channel state.

The CA3080A is rated for operation over the full military-temperature range (-55°C to +125°C) and its characteristics are specifically controlled for applications such as sample-hold, gain-control, multiplex, etc. Operational transconductance amplifiers are also useful in programmable power-switch applications, e.g., as described in Application Note AN6048, "Some Applications of a Programmable Power Switch/Amplifier" (CA3094, CA3094A, CA3094B).

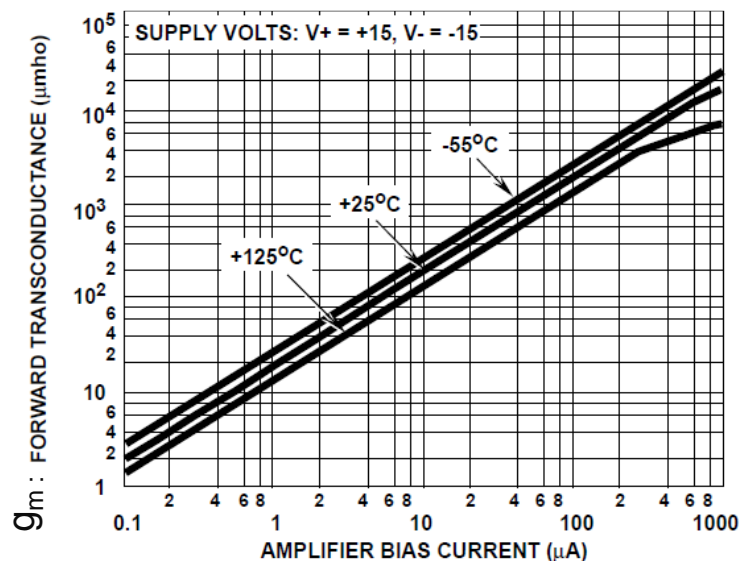
### Pinouts CA3080 (PDIP, SOIC) TOP VIEW



### CA3080 (TO-5 CAN) TOP VIEW



NOTE: Pin 4 is connected to case.



TRANSCONDUCTANCE vs AMPLIFIER BIAS CURRENT

---

Examen Bruit et Filtrage Actif

---

*Monsieur Escriba et moi-même nous vous souhaitons  
d'excellentes fêtes de fin d'année....*

# Correction examen Bruit et Filtrage actif du 18/12/2018

## Exercice n°1

1) Soit le facteur de bruit  $F_B$  d'un amplificateur :

$$F_{B_{dB}} = 10 \log \frac{\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{entrée}}}{\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{sortie}}} = 5 \text{ dB}.$$

$$\underbrace{F_{B_{dB}}}_{5 \text{ dB}} = 10 \log \left(\frac{S}{B}\right)_{\text{entrée}} - \underbrace{10 \log \left(\frac{S}{B}\right)_{\text{sortie}}}_{90 \text{ dB}}$$

$$\text{Rapport } \left(\frac{S}{B}\right)_{\text{entrée}} = F_{B_{dB}} + \left(\frac{S}{B}\right)_{\text{sortie}} = 5 + 90 = 95 \text{ dB}.$$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{entrée}} \text{ exprime en dB} = \underline{\underline{95 \text{ dB}}} \quad (\text{Rapport Signal sur Bruit à l'entrée}).$$

$$2) 10 \log \left(\frac{S}{B}\right)_{\text{entrée}} = 10 \log \frac{S_e^2 / R}{B_e^2 / R} = 10 \log \frac{S_e^2}{B_e^2} = 20 \log \frac{S_e}{B_e}$$

$$\text{donc } \frac{S_e}{B_e} = 10^{\frac{95}{20}} \Rightarrow S_e = B_e \cdot 10^{\frac{95}{20}} \quad \text{avec } B_e = \sqrt{4kTR\Delta f}$$

$$\Rightarrow S_e = \sqrt{4kTR\Delta f} \cdot 10^{\frac{95}{20}} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 100 \cdot 20k} \cdot 10^{\frac{95}{20}}$$

$$S_e = 10,06 \text{ mV}_{\text{eff}} \quad \triangle S_e \text{ est la valeur efficace du signal d'entrée.}$$

$$\text{soit } V_{\text{max}} = S_e \cdot \sqrt{2} = 14,23 \text{ mV}.$$

$$\underline{\underline{V_{\text{max}} = 14,2 \text{ mV}}}$$



## Exercice n°2

- Les ordonnances du montage n°3 ( $C = 33 \text{ pF}$ ) ne permettent pas d'avoir une fréquence caractéristique de l'ordre des  $\text{kHz}$ .

Donc le montage n°3 ne permet pas d'avoir  $V_{\text{out } 1, 2, 3 \text{ et } 4}$ .

- La rétroaction du montage n°2 est positive "rebouclage sur l'entrée +".  
Le montage n'est pas fonctionnel.

Donc le montage n°3 ne permet pas d'avoir  $V_{\text{out } 1, 2, 3 \text{ et } 4}$ .

Il reste à analyser les montages n°1, 4, 5 et 6

- Le montage n°6 a un gain unitaire (AOP vu comme de l'émula).  
Son gain vaut 1V/V soit 0dB.

Donc la sortie  $\Delta V_{\text{out } 3}$  est celle du montage n°6

Il reste à analyser les montages 1, 4 et 5

- Le montage n°4 a un gain en tension plus petit que les montages n°1 et 5

$$K_4 = \frac{R_2}{R_1} + 1 = \frac{10 \text{ k}\Omega}{5,2 \text{ k}\Omega} + 1 = 2,6 \text{ soit } 8,3 \text{ dB. } K_4 < \underbrace{K_1}_{\text{montage 1}} \text{ et } \underbrace{K_5}_{\text{montage 5}}$$

$$\omega_{04} \Rightarrow f_{04} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \text{ k}\Omega \cdot 1 \text{ n}} \approx 16 \text{ kHz. } 2,6 < 2,96 \text{ (9,4 dB)}$$

$$Q_4 = \frac{1}{3 - K_4} = \frac{1}{3 - 2,6} = 2,5 \text{ donc } Q_4 < Q_1 \text{ et } Q_5 \quad Q_{45} = \frac{1}{3 - 2,96} = 25$$

Comme le gain  $K_4 < K_1 \text{ et } K_5$  et  $Q_4 < Q_1 \text{ et } Q_5$ , c'est  
donc la sortie  $\Delta V_{\text{out } 4}$  qui correspond au montage n°4

- Les montages n°4 et 5 ont la même fréquence caractéristique et  $Q_5 > Q_4$   
donc la sortie  $\square V_{\text{out } 1}$  est celle du montage 5

- Le montage n°1 présente une fréquence caractéristique  $f_1 = f_6$  avec  $Q_1 = Q_5$   
donc la sortie  $\bigcirc V_{\text{out } 2}$  est celle du montage n°1

## Problème

1)  $V_B(p) = Z_c \cdot I_s$  avec  $I_s = g_m (v^+ - v^-)$  et  $Z_c(p) = \frac{1}{Cp}$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ V_A & V_B \end{matrix}$

$$V_B(p) = \frac{1}{Cp} \cdot g_m (V_A - V_B) = \frac{g_m}{Cp} V_A - \frac{g_m}{Cp} V_B$$

soit  $V_B(p) \left(1 + \frac{g_m}{Cp}\right) = \frac{g_m}{Cp} \cdot V_A$

$$\frac{V_B(p)}{V_A(p)} = \frac{\frac{g_m}{Cp}}{\frac{g_m}{Cp} + 1} = \frac{1}{1 + \frac{C}{g_m} \cdot p} \text{ c'est de la forme } \frac{1}{1 + \tau_0 p} \text{ avec } \tau_0 = \frac{C}{g_m}$$

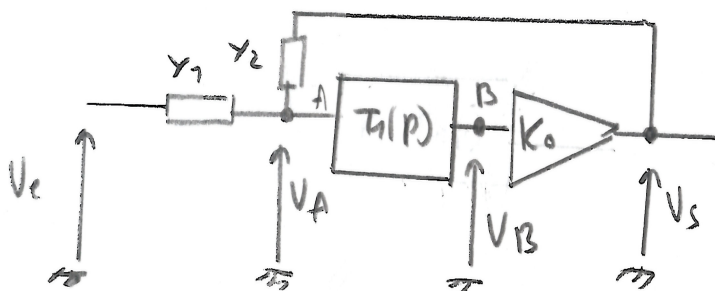
donc  $T_1(p) = \frac{V_B(p)}{V_A(p)} = \frac{1}{1 + \tau_0 p} = \frac{1}{1 + \frac{C}{g_m} \cdot p}$

2) Montage non inverseur de tension.

$$T_2(p) = \frac{V_S(p)}{V_B(p)} = \frac{R_2}{R_1} + 1 = K_0$$

$$T_2(p) = K_0 = \frac{R_2}{R_1} + 1$$

3) Avec  $T_1(p)$  et  $T_2(p)$  le schéma devient :



• Nœud B:  $V_B = V_A \cdot \frac{1}{1 + \tau_o p} = \frac{V_S}{K_o} \Rightarrow V_A = \frac{V_S}{K_o} (1 + \tau_o p)$  (1)

• Nœud A:  $V_A = \frac{V_e Y_1 + V_S Y_2}{Y_1 + Y_2}$  (2)

(1) = (2)

$$\frac{V_e Y_1 + V_S Y_2}{Y_1 + Y_2} = \frac{V_S}{K_o} (1 + \tau_o p)$$

$$(V_e Y_1 + V_S Y_2) K_o = V_S (1 + \tau_o p) (Y_1 + Y_2) \quad (3)$$

$$V_e Y_1 K_o + V_S Y_2 K_o = (V_S + V_S \tau_o p) (Y_1 + Y_2)$$

$$V_S \left( 1 + \tau_o p - \frac{Y_2 K_o}{Y_1 + Y_2} \right) = \frac{V_e Y_1 K_o}{Y_1 + Y_2}$$

$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} \cdot K_o \cdot \frac{1}{\left( 1 - \tau_o p - \frac{Y_2 K_o}{Y_1 + Y_2} \right)} = \frac{Y_1 K_o}{Y_1 + Y_2 (Y_1 + Y_2) \tau_o p - Y_2 K_o}$$

$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{K_o}{1 + \frac{Y_2}{Y_1} + \left( 1 + \frac{Y_2}{Y_1} \right) \tau_o p - \frac{Y_2}{Y_1} K_o} = \frac{K_o}{1 + \frac{Y_2}{Y_1} + \tau_o p + \frac{Y_2}{Y_1} \tau_o p - \frac{Y_2}{Y_1} K_o}$$

$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{K_o}{1 + \frac{Y_2}{Y_1} (1 + \tau_o p - K_o) + \tau_o p}$$

avec  $Y_1 = \frac{1}{R}$  et  $Y_2 = C \cdot p$

soit  $\frac{Y_2}{Y_1} = RCp$

$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{K_o}{1 + RCp(1 + \tau_o p - K_o) + \tau_o p} = \frac{K_o}{1 + RCp + RCp^2 \tau_o - K_o RCp + \tau_o p}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{K_0}{1 + (RC - K_0 \cdot RC + \tau_0)p + RC \tau_0 p^2}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = T(p) = \frac{K_0}{1 + RC p \left(1 - K_0 + \frac{\tau_0}{RC}\right) + RC \tau_0 p^2}$$

4) C'est de la forme

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{K_0}{1 + \frac{2\beta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{ou bien encore} \quad \frac{V_s}{V_e} = \frac{K_0}{1 + \frac{1}{Q} \cdot \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

avec  $\beta$  le coef. d'amortissement et  $2\beta = \frac{1}{Q}$   $Q$ : facteur de qualité.  
C'est un filtre passe-bas d'ordre 2 actif.

5) Par identification

$$\frac{1}{\omega_0^2} = RC \cdot \tau_0 = RC \cdot \frac{C}{g_m} = \frac{R}{g_m} C^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{g_m}{R} \cdot \frac{1}{C^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C} \cdot \sqrt{\frac{g_m}{R}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi C} \cdot \sqrt{\frac{g_m}{R}}$$

donc  $g_m = R \cdot 4\pi^2 f_0^2 C^2$  avec  $R = 10k\Omega$ ,  $C = 22nF$  et  $f_0 = 33kHz$ .

$$g_m = 10k \cdot 4\pi^2 \cdot 336^2 \cdot 22n^2 = 2,02mS$$

soit  $g_m \approx 2mS$

6)  $g_m = 2mS$  soit  $2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \mu S = 2 \cdot 10^3 \mu S$

D'après la datasheet le courant de polarisation  $I_{ref} = 100\mu A$  pour  $g_m = 2 \cdot 10^3 \mu S$

7) facteur de qualité  $Q$ .

Par identification avec la forme canonique :

$$RCs \left( 1 + \frac{\tau_0}{RC} - K_0 \right) = \frac{1}{Q} \frac{P}{\omega_0} \quad (1)$$

$$RC \left( 1 + \frac{\tau_0}{RC} - K_0 \right) = \frac{1}{Q} \cdot \frac{1}{\omega_0} \quad \text{on rappelle que } \tau_0 = \frac{C}{g_m} = \frac{1}{\omega_0}$$

$$\text{et } \omega_0 = \frac{1}{C} \cdot \sqrt{\frac{g_m}{R}}$$

$$R - RK_0 + \frac{C}{g_m} \cdot \frac{R}{RC} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{g_m}}$$

$$R + \frac{1}{g_m} - RK_0 = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{g_m}}$$

$$R(1 - K_0) + \frac{1}{g_m} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{g_m}} \Rightarrow \frac{g_m R(1 - K_0) + 1}{g_m} = \frac{1}{Q} \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{g_m}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{R} \cdot g_m}{\sqrt{g_m} [g_m R(1 - K_0) + 1]} \quad \text{avec } \frac{g_m}{\sqrt{g_m}} = \sqrt{g_m}$$

$$Q = \frac{\sqrt{R \cdot g_m}}{g_m R(1 - K_0) + 1}$$

$$\text{avec } R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega \Rightarrow K_0 = 2$$

$$g_m = 2 \text{ mS et } R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$Q = \frac{\sqrt{10 \text{ k} \cdot 2 \text{ m}}}{2 \text{ m} \cdot 10 \text{ k} (1 - 2) + 1} = \frac{\sqrt{20}}{19} = -0,235$$

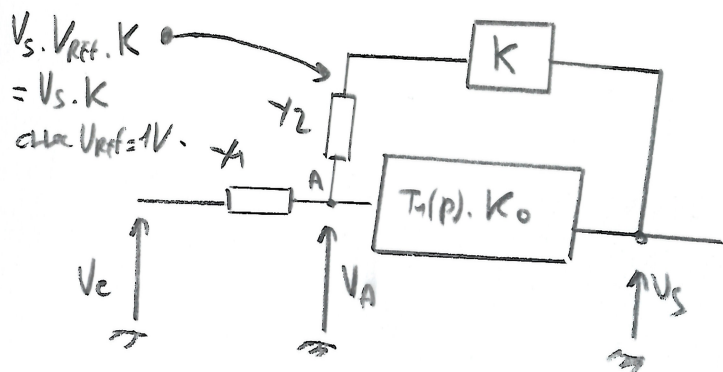
Le facteur de qualité est négatif !!!  $Q = -0,235$

Le filtre est instable ou non oscillant.

Les pôles de la fonction de transfert basculent dans le demi-plan complexe de "droite".



8). Dans ces conditions le schéma devient :



Le raisonnement est analogue à la question 3.

Nœud A:  $V_A = \frac{V_s}{K_o} (1 + \tau_o p)$  l'équation (1) de la question 3 reste inchangée.

Nœud A:  $\frac{V_e Y_1 + V_s K Y_2}{Y_1 + Y_2}$  (2') on constate que le second terme du numérateur est pondéré par  $K$  en comparaison de l'équation (2) de la question 3.

(1) = (2')

$$\frac{V_e Y_1 + V_s Y_2 K}{Y_1 + Y_2} = \frac{V_s}{K_o} (1 + \tau_o p)$$

Soit  $\frac{V_s}{V_e} = \frac{K_o}{1 + \frac{Y_2}{Y_1} + (1 + \tau_o p - K \cdot K_o) + \tau_o p}$  avec  $Y_1 = \frac{1}{R}$ ,  $Y_2 = C p$

$$\frac{Y_1}{Y_2} = R C p$$

$$\frac{V_s}{V_e} = T(p) = \frac{K_o}{1 + R C p \left(1 - K \cdot K_o + \frac{\tau_o}{R C}\right) + R C \tau_o p^2}$$

avec  $K = \frac{1}{10}$

et  $K_o = \frac{R_2}{R_1} + 1$

9) facteur de qualité  $Q$

Par identification avec la forme canonique

$$R C p \left(1 - K \cdot K_o + \frac{\tau_o}{R C}\right) = \frac{1}{Q} \frac{p}{\omega_o}$$

On remarque que l'équation (1) de la question 7 est pondérée par  $K$ .

Un calcul analogue donne:

$$R \left( 1 + \frac{Z_0}{R_C} - K \cdot K_0 \right) = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{g_m}}$$

$$\text{d'où } Q = \frac{\sqrt{R \cdot g_m}}{R \cdot g_m (1 - K \cdot K_0) + 1}$$

10) Calcul de Q

$$R = 10 \text{ k}\Omega ; g_m = 2 \text{ mS} ; K = \frac{1}{10} ; K_0 = \frac{R_2}{R_1} + 1 = \frac{2K}{11K} + 1 = 10 \text{ V/V}$$

$$Q = \frac{\sqrt{10 \cdot K \cdot 2 \text{ m}}}{10 \cdot K \cdot 2 \text{ m} \left( 1 - \frac{1}{10} \cdot 10 \right) + 1} = \sqrt{20} = 4,47.$$

Commentaire: Le facteur de qualité est positif avec un gain de 10 V/V tant qu'il est beaucoup trop élevé.

11) Le paramètre de multiplication n'a pas d'influence sur la fréquence caractéristique du filtre.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C} \sqrt{\frac{g_m}{R}} \text{ car ce sont les paramètres du multiplieur}$$

12). Voir commentaire question 10.

Q étant trop élevé le filtre amplifie le signal d'entrée autour de  $f_0$ .

