

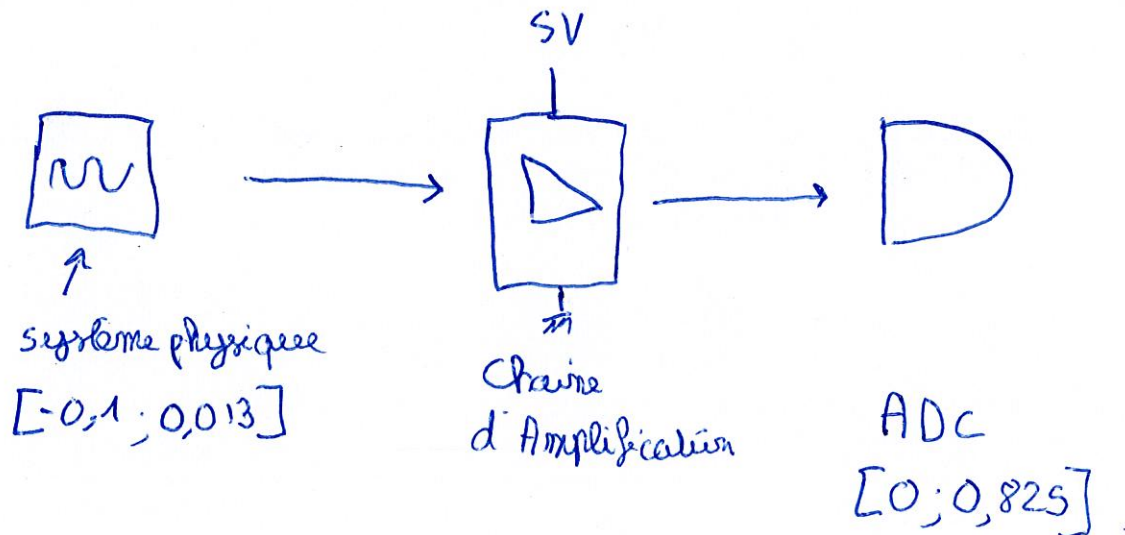
Tdm^o1: A.O Single Supply.

- capteur analogique $[-100 \text{ mV}; 13 \text{ mV}]$.
- Source d'alimentation 3.3V ou 5V.
- ADC 14 bits 3.3V.

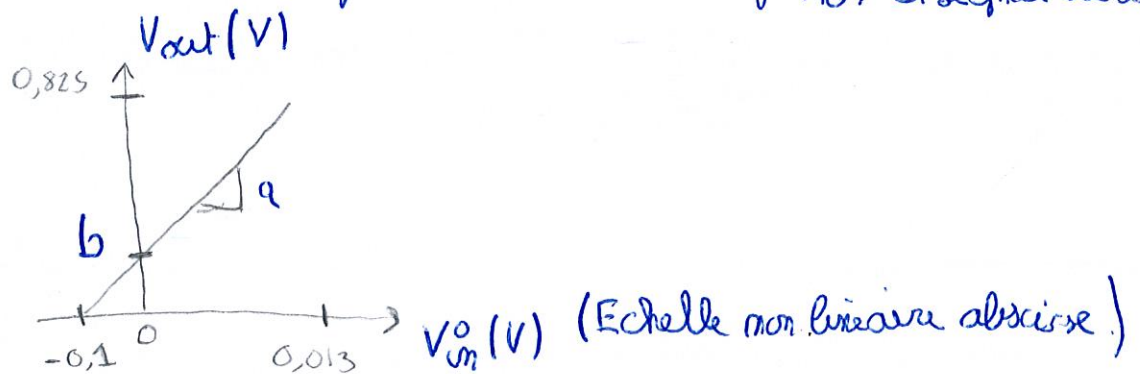
1) 2 bits de poids indisponible.

donc si $2^{14} \Rightarrow 3.3 \text{ V}$.

$$2^{12} \Rightarrow \frac{2^{12}}{2^{14}} \times 3.3 = \frac{1}{4} \times 3.3 = \underline{0,825 \text{ V}}$$



2) Relation linéaire entre signal d'entrée du montage AOP et signal de sortie



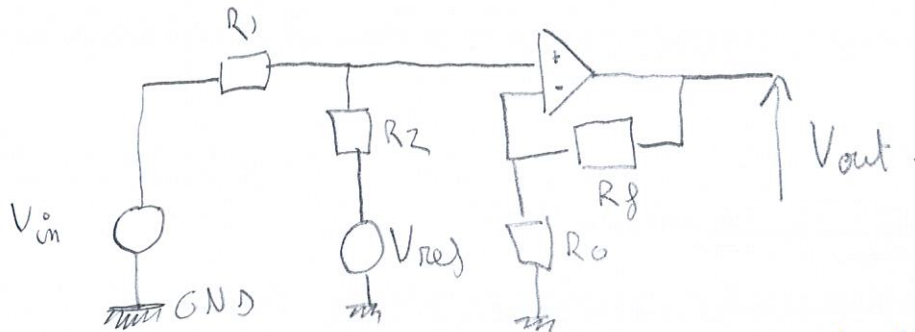
$$a = \frac{V_{out_max} - V_{out_min}}{V_{in_max} - V_{in_min}} = \frac{0,825 - 0}{0,013 - (-0,1)} = \frac{0,825}{0,113} = 7,3$$

$$b = V_{out_max} - a V_{in_max} = 0,825 - 7,3 \times 0,013 = 0,73$$

Q

Donc : $V_{out} = 7,3 V_{in} + 0,73$

3) Montage Amplificateur monoinverseur single supply.



$$V_s = V_{in} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \left(\frac{R_G + R_F}{R_G} \right) + V_{ref} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \left(\frac{R_G + R_F}{R_G} \right)$$

4) Résolution

$$a = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \left(\frac{R_G + R_F}{R_G} \right) \quad (1)$$

$$b = V_{ref} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \left(\frac{R_G + R_F}{R_G} \right) \quad (2)$$

$a = 7,3$, $b = 0,73$ $V_{ref} = 5V$

Pour résoudre (1) et (2) on pose un terme constant $k = \frac{R_G + R_F}{R_F}$

$$k = \frac{b}{V_{ref}} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = a \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) \quad (3)$$

$$a = \frac{b}{V_{ref}} \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$R_2 = \frac{V_{ref} a}{b} R_1$$

On pose $R_1 = 1k\Omega$ donc $R_2 = \frac{5 \times 7,3}{0,73} \times 1 = \underline{50k\Omega}$.

(2)

On reprend (3)

$$\frac{R_G + R_F}{R_G} = a \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 7,3 \times \frac{50+1}{50} = 7,446.$$

Donc $R_G + R_F = 7,446 R_F.$

$$R_G = 6,446 R_F.$$

On pose $R_F = 1k$, $R_G = 6,446 k\Omega.$

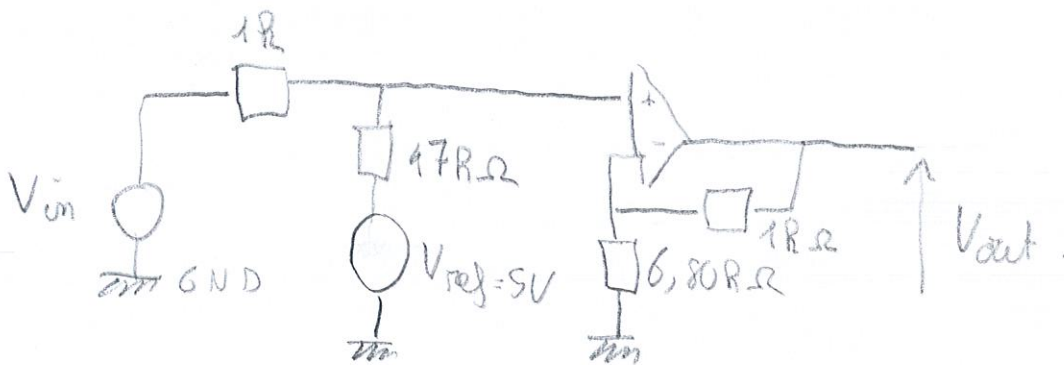
5) Série E6.

$$R_1 = 1k\Omega.$$

$$R_2 = 47k\Omega.$$

$$R_F = 1k$$

$$R_G = 6,80k\Omega.$$



$$a = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \left(\frac{R_G + R_F}{R_G} \right) = \frac{47}{47+1} \times \frac{1+6,8}{1} = \underline{7,6375}$$

$$b_1 = V_{ref} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \left(\frac{R_G + R_F}{R_G} \right) = \frac{1}{47+1} \times \frac{1+6,8}{1} = \underline{0,1625}$$

Donc $V_{out} = 7,6375 V_{in} + 0,1625.$

Si on prend $V_{out} = 0,825$.

on a :

$$0,825 = V_{in} \times 7,6375 + 0,1625$$

$$V_{in} = \frac{0,825 - 0,1625}{7,6375} = 0,0867V = 86,7 \text{ mV}$$

Si on prend $V_{out} = 0$.

on a :

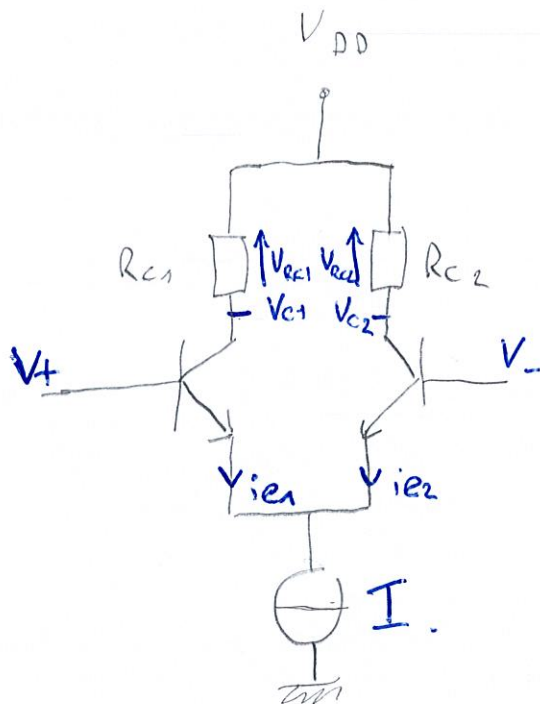
$$0 = V_{in} \times 7,6375 + 0,1625$$

$$V_{in} = \frac{-0,1625}{7,6375} = -0,0212 = -21,2 \text{ mV}$$

La nouvelle plage de mesure de tension d'entrée est $[-21,2; 86,7]$. En prenant de mauvaises résistances on s'ég/ complètement la mesure ...

Td m°2 : Calcul offset d'entrée AOP.

I) $R_{C1} \neq R_{C2}$ mais $T_1 = T_2$.



R) Valeur de R_C

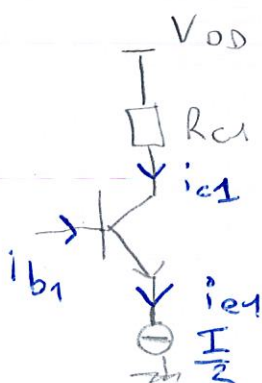
R_C correspond à la valeur moyenne de R_{C1} et R_{C2} .

a) b)
$$R_C = \frac{R_{C1} + R_{C2}}{2} \quad \text{et} \quad \Delta R_C = R_{C1} - R_{C2}.$$

$$R_{C1} = R_C + \frac{\Delta R_C}{2} \quad \text{et} \quad R_{C2} = R_C - \frac{\Delta R_C}{2}.$$

c) V_{C1} et V_{C2}

$$V_{C1} = V_{DD} - V_{RC1} = V_{DD} - R_{C1} \times I_{C1}$$



Le courant I se divise de façon égale entre les branches 1 et 2. On a donc le schéma équivalent suivant :

on a $i_{C1} = \beta i_{B1}$

$$I_{C1} = (\beta + 1) i_{B1}$$

Donc $i_{C1} = \frac{\beta}{\beta + 1} I_{C1}$

Or $i_{c1} = \frac{I}{2}$ Donc?

$$V_{c1} = V_{DD} - R_{c1} \frac{I}{2} \frac{\beta}{\beta+1}$$

Par analogie sur la branche 2, on a :

$$V_{c2} = V_{DD} - R_{c2} \frac{I}{2} \frac{\beta}{\beta+1}$$

d) Déterminer V_{os} .

La sortie de l'étage correspond à $V_o = V_{c2} - V_{c1}$.

Donc l'entrée, V_{os} correspond à $V_o = A_d V_{os}$ donc $V_{os} = \frac{V_o}{A_d}$.

Tension de sortie de l'étage.
gain différentiel
Tension d'entrée de l'étage.

e) Déterminer V_{os} .

Charge electron

$$A_d = \frac{q I_c}{k T} R_c$$

constante de Boltzmann
Température

$$A_d = g_m R_c = \frac{I_c}{V_T} \times R_c$$

Thermal Voltage

$$V_T = \frac{kT}{q} \hat{=} 26 \text{ mV à } 300 \text{ K}$$

$$V_{os} = \frac{V_o}{A_d} \quad \text{avec } V_o = V_{c2} - V_{c1}$$

$$\begin{aligned}
 V_{c2} - V_{c1} &= \left(V_{DD} - R_{c2} \frac{I}{2} \frac{\beta}{\beta+1} \right) - \left(V_{DD} - R_{c1} \frac{I}{2} \frac{\beta}{\beta+1} \right) \\
 &= \left(V_{DD} - \left(R_c - \frac{\Delta R_c}{2} \right) \frac{I}{2} \frac{\beta}{\beta+1} \right) - \left(V_{DD} - \left(R_c + \frac{\Delta R_c}{2} \right) \frac{I}{2} \frac{\beta}{\beta+1} \right) \\
 &= \Delta R_c \frac{\beta}{\beta+1} \frac{I}{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } V_{OS} = \frac{\frac{\beta}{\beta+1} \Delta R_C \frac{I}{2}}{\frac{q I_C R_C}{kT}} = \frac{\beta}{\beta+1} \frac{kT}{q} \frac{\Delta R_C}{R_C} \left(\frac{I}{2} \times \frac{1}{\frac{\beta}{\beta+1} I_C} \right)$$

$$= \frac{kT}{q} \frac{\Delta R_C}{R_C}$$

II) $R_{C1} = R_{C2}$ mais $T_1 \neq T_2$ (avec $V_{BE1} = V_{BE2}$)

L'erreur dans les transistors se trouve dans un mismatch de la jonction émetteur-base. Cela donne des courants de saturation dans la jonction I_S différent

a) b) $I_S = \frac{I_{S1} + I_{S2}}{2}$ et $\Delta I_S = I_{S2} - I_{S1}$.

$$I_{S1} = I_S + \frac{\Delta I_S}{2} = I_S \left(1 + \frac{\Delta I_S}{2 I_S} \right)$$

$$I_{S2} = I_S - \frac{\Delta I_S}{2} = I_S \left(1 - \frac{\Delta I_S}{2 I_S} \right)$$

c) On a $V_{BE1} = V_{BE2}$

$$I_{C1} = I_{S1} e^{\left(\frac{V_{BE1}}{V_T} \right)} \quad \left(\text{Relation simplifiée du Modèle d'Ebers-Moll} \right)$$

$$= I_S e^{\left(\frac{V_{BE1}}{V_T} \right)} \left(1 + \frac{\Delta I_S}{I_S} \right)$$

Par analogie :

$$I_{C2} = I_S e^{\left(\frac{V_{BE2}}{V_T} \right)} \left(1 - \frac{\Delta I_S}{I_S} \right)$$

d) $V_O = V_{C2} - V_{C1} = (V_{DD} - I_{C2} R_C) - (V_{DD} - I_{C1} R_C)$

$$= (I_{C1} - I_{C2}) R_C$$

$$= \left(I_S e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} \left(1 + \frac{\Delta I_S}{I_S} \right) - I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \left(1 - \frac{\Delta I_S}{I_S} \right) \right) R_C$$

(7)

$$\text{Or } I_{s1} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} = I_{s2} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} = I_c \quad \text{car } V_{BE1} = V_{BE2}.$$

Donc :

$$V_o = \left(I_c \left(1 - \frac{\Delta I_s}{I_s} \right) - I_c \left(1 + \frac{\Delta I_s}{I_s} \right) \right) R_c$$

$$V_o = I_c \frac{\Delta I_s}{I_s} R_c.$$

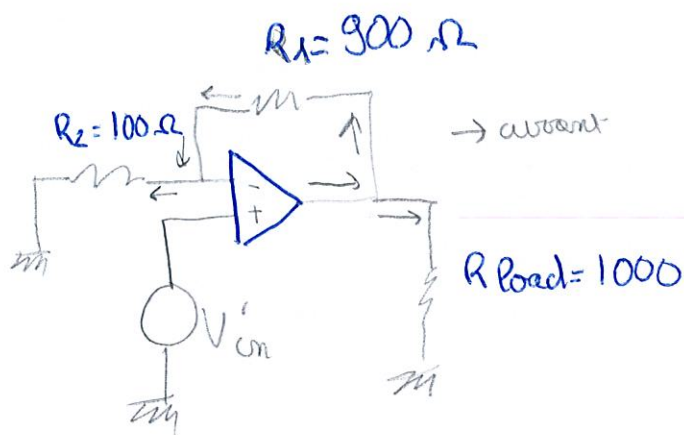
$$\text{Or } I_c = \frac{\beta}{\beta+1} I_e = \frac{\beta}{\beta+1} \frac{I}{2}$$

$$\text{Donc } V_o = \frac{\beta}{\beta+1} \frac{I}{2} \frac{\Delta I_s}{I_s} R_c.$$

$$e) V_{os} = \frac{V_o}{A_d} = \frac{I_c \frac{\Delta I_s}{I_s} R_c}{\frac{q I_c R_c}{RT}} = \frac{RT}{q} \frac{\Delta I_s}{I_s}.$$

$$\text{III) Donc module total } V_{off} = \frac{RT}{q} \left(\frac{\Delta R_c}{R_c} + \frac{\Delta I_s}{I_s} \right)$$

TD n°3: Calcul de puissance AOP.



1) Montage non inverseur de gain de 10.

$$2) R_{\text{effective}} = R_{\text{load}} \parallel (R_1 + R_2)$$

$$= 1000 \parallel 1000$$

$$= 500 \Omega$$

$$3) P_{\text{oc}} = \frac{V_{\text{out}}}{R_{\text{effective}}} (V_{\text{cc}} - V_{\text{out}})$$

Cette formule correspond à la puissance dissipée par un AOP. elle ressemble fortement à la puissance d'un composant $P = U \cdot I$ mais ici le U correspond à la différence entre la tension de sortie et la valeur d'alimentation V_{cc}

$$P_{\text{Dc}} = \frac{V_{\text{out}} V_{\text{cc}}}{R_{\text{eff}}} - \frac{V_{\text{out}}^2}{R_{\text{eff}}}$$

Pour trouver la valeur max il faut dériver

$$\frac{dP_{\text{dc}}}{dV_{\text{out}}} = \frac{V_{\text{cc}} - 2V_{\text{out}}}{R_{\text{eff}}}$$

La fonction est IP faut trouver le point d'inflexion de la fonction dérivée

$$\frac{V_{\text{cc}} - 2V_{\text{out}}}{R_{\text{eff}}} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{\text{out}} = \frac{V_{\text{cc}}}{2}$$

Avant le point $\frac{V_{\text{cc}}}{2}$ $\frac{dP_{\text{dc}}}{dV_{\text{out}}} > 0$ Après elle est négative, donc $\frac{V_{\text{cc}}}{2}$ correspond à un maxima

$$P_{dc_max} = P_{DC} \left(\frac{V_{cc}}{2} \right) = \frac{V_{cc}^2}{4 R_L}$$

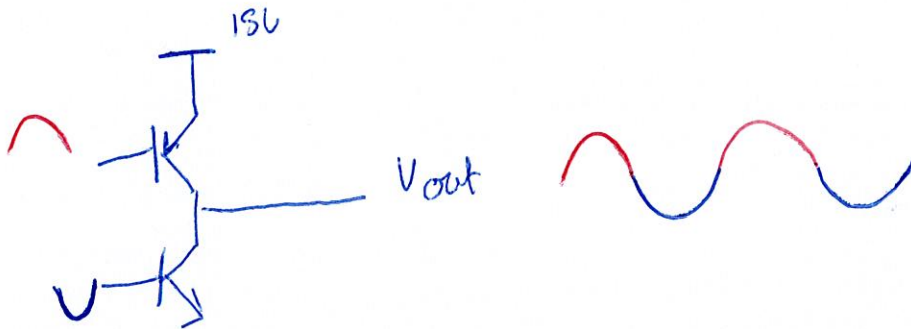
$$4) P_{AC} = (V_{cc} - V_{out}) \frac{V_{out}}{R_L}$$

$$V_{out} = V_{out-p} \sin(\omega t)$$

$$P_{AC}(t) = \frac{V_{cc} V_{out-p} \sin(\omega t)}{R_L} - \frac{V_{out-p}^2 \sin^2(\omega t)}{R_L}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Il faut trouver la valeur moyenne de ce signal.



La puissance se répartie sur les deux transistors ^{de sorte} moeurs allens donc chercher la puissance

sur la moitié de la période T afin d'estimer le maximum de puissance sur l'un des transistors. ~~donc~~ L'Alternance négative donne le même résultat.

Donc

$$\begin{aligned} P_{ac_av} &= \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_{cc} V_{out-p} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)}{R_L} - \frac{V_{out-p}^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t\right)}{R_L} dt \\ &= \frac{2}{T} \frac{V_{cc} V_{out-p}}{R_L} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt - \frac{2}{T} \frac{V_{out-p}^2}{R_L} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt \\ &= \frac{2}{T} \frac{V_{cc} V_{out-p}}{R_L} \left[\frac{-\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)}{\frac{2\pi}{T}} \right]_0^{\frac{T}{2}} - \frac{2 V_{out-p}^2}{T R_L} \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)}{\frac{2 \cdot \frac{2\pi}{T}}{2}} \right]_0^{\frac{T}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{T} \frac{V_{cc} V_{out-p}}{R_L} \left(-\frac{\cos(\pi)}{\frac{2\pi}{T}} + \frac{\cos(0)}{\frac{2\pi}{T}} \right) - \frac{2 V_{out-p}^2}{T R_L} \left(\frac{T}{4} - \frac{\sin(\pi)}{\frac{4\pi}{T}} + \frac{\sin(0)}{\frac{4\pi}{T}} \right) \\
&= \frac{2}{T} \frac{V_{cc} V_{out-p}}{R_L} \left(\frac{1}{\frac{2\pi}{T}} + \frac{1}{\frac{2\pi}{T}} \right) - \frac{2 V_{out-p}^2}{T R_L} \frac{T}{4} \\
&= \frac{2}{T} \frac{V_{cc} V_{out-p}}{R_L} \frac{T}{\pi} - \frac{V_{out-p}^2}{2 R_L} \\
&= \frac{2 V_{cc} V_{out-p}}{\pi R_L} - \frac{V_{out-p}^2}{2 R_L}
\end{aligned}$$

Il faut maintenant dériver cela.

$$\frac{d P_{ac-max}}{d V_{out-p}} = \frac{2 V_{cc}}{\pi R_L} - \frac{V_{out-p}}{R_L}.$$

Point d'inflexion :

$$\frac{2 V_{cc}}{\pi R_L} - \frac{V_{out-p}}{R_L} = 0 \quad \frac{2 V_{cc}}{\pi R_L} = \frac{V_{out-p}}{R_L} \Rightarrow V_{out-p} = \frac{2}{\pi} V_{cc}.$$

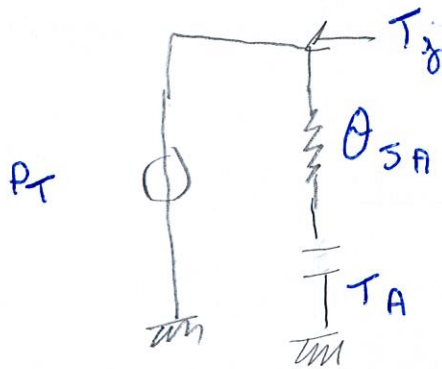
$$\text{Donc : } P_{ACmax} = P_{AC} \left(\frac{2}{\pi} V_{cc} \right) = \frac{2}{\pi^2} \frac{V_{cc}^2}{R_L}.$$

$$5) P_{DC=Max} = \frac{V_{cc}^2}{4 R_L} = \frac{15^2}{4 \times 500} = 112,5 \text{ mW}.$$

$$P_{ACMax} = \frac{2}{\pi^2} \frac{V_{cc}^2}{R_L} = \frac{2}{\pi^2} \times \frac{15^2}{500} = 91,2 \text{ mW}.$$

- 6) Il y a 2 éléments qui font monter la Température d'un montage :
- La puissance dissipée en sortie
 - La puissance consommée en continu par l'AO (qui s'en va en chaleur).

Après, on peut représenter un modèle de température



$$T_J = (P_T \times \theta_{JA}) + T_A$$

T_A : température ambiante

θ_{JA} : Résistance thermique Jonction-Ambiante

P_T : Puissance totale montage.

ici :

$$P_T = P_{dc\ max} + P_{quiescent}$$

$$= 112,5 + I_Q \times (V_{cc+} - V_{cc-})$$

$$= 112,5 + 6 \times 30$$

$$= 298,5\ mW$$

$$T_J = T_A + \theta_{JA} P_T = 25 + 0,2985 \times 150 = 68,88\ ^\circ C$$

La température est-elle dans la plage de fonctionnement ?

$$\begin{aligned} 7) \quad P_T &= P_{oc\ max} + P_{quiescent} \\ &= \frac{15^2}{4 \times 50} + 180 = 1305\ mW \end{aligned}$$

$$P_T = P_{AC\ max} + P_Q$$

$$P_T = \frac{2}{\pi^2} \frac{15^2}{50} + 180 = 1092\ mW$$

$$T_J = 25 + 1,092 \times 150 = 188,85\ ^\circ C$$

$$T_J = T_A + \theta_{JA} P_T = 25 + 1,305 \times 150 = 220,75\ ^\circ C$$

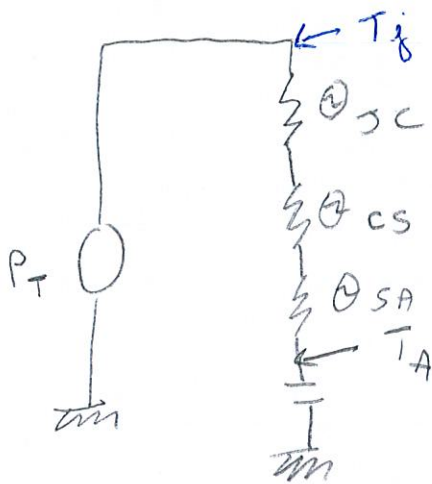
DC

AC

Le Montage ne peut pas fonctionner. La charge est trop importante. Il y a 2 possibilités :

- Soit le montage simplement surchauffe et l'AO est détruit
- Soit il y a une limite de courant dans l'alimentation et la sortie se s'écroule sans endommager le circuit

8) Modèle Dissipation avec un Heatsink.



$$T_j = P_T (\theta_{JC} + \theta_{CS} + \theta_{SA}) + T_A.$$

θ_{JC} : Thermal Resistance Junction-Case

θ_{CS} : // Case - Sink

θ_{SA} // sink - Ambiance.

9) $\theta_{JC} : 2,5 ^\circ\text{C/W} \text{ (Ac)}$
 $3 ^\circ\text{C/W} \text{ (Dc)}$

$\theta_{CS} : 0,44 ^\circ\text{C/W}$

correspond à la résistance thermique des Mica, sur la surface entre l'AOT et le Heat Sink.

θ_{SA} d'après la courbe. $\frac{\Delta T_{\text{mont}}}{P_{\text{Total}}} = \frac{19}{2} = 7,5 ^\circ\text{C/W}.$

10) La pire puissance est en mode DC, faisons le calcul pour le système en DC.

$$P_{dc} = \frac{V_{cc}^2}{4 R_L} = 2,25 \text{ W}.$$

$$P_{\text{quiescent}} = 25 \times 10^{-3} \times 30 = 0,75 \text{ W}.$$

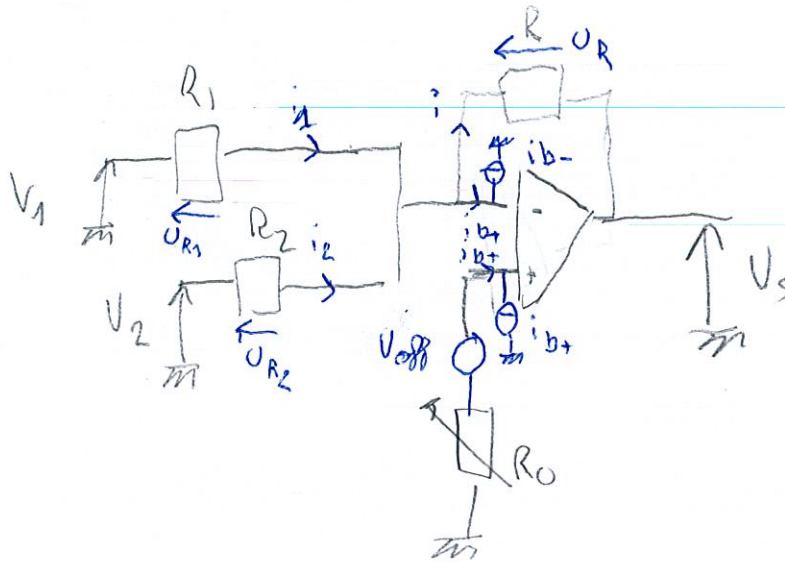
$$P_T = 3 \text{ W}.$$

$$\begin{aligned} T_j &= P_T (\theta_{JC} + \theta_{CS} + \theta_{SA}) + T_A \\ &= 3 (3 + 0,44 + 7,5) + 25 \\ &= 57,82 ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

On est dans la plage de température

Td m⁰⁴: Calcul Sommeur Inverseur.

1)



2) $V_+ = V_{off} + R_0 i_{b+}$.

$$i_1 + i_2 = i + i_{b-}$$

$$\frac{U_{R1}}{R_1} + \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{U_R}{R} + i_{b-}$$

$$\frac{V_1 - V_-}{R_1} + \frac{V_2 - V_-}{R_2} = \frac{V_- - V_s}{R} + i_{b-}$$

$$V_- = V_+ = V_{off} + R_0 i_{b+}$$

$$\frac{V_1 - (V_{off} + R_0 i_{b+})}{R_1} + \frac{V_2 - (V_{off} + R_0 i_{b+})}{R_2} = \frac{(V_{off} + R_0 i_{b+}) - V_s}{R} + i_{b-}$$

$$V_s = R i_{b-} - R \left(\frac{V_1 - V_{off}}{R_1} + \frac{-R_0 i_{b+}}{R_1} + \frac{V_2 - V_{off}}{R_2} + \frac{-R_0 i_{b+}}{R_2} \right) + V_{off} + R_0 i_{b+}$$

3) $i_{b+} = i_{b-}$.

$$V_s = R i_b - R \left(\frac{V_1 - V_{off}}{R_1} - \frac{R_0 i_b}{R_1} + \frac{V_2 - V_{off}}{R_2} - \frac{R_0 i_b}{R_2} \right) + V_{off} + R_0 i_b$$

Les termes en i_b :

$$i_b \left(R - \frac{R R_0}{R_1} - \frac{R R_0}{R_2} + R_0 \right)$$

Il faut donc annuler ce terme.

$$R - R \frac{R_0}{R_1} + \frac{R R_0}{R_2} + R_0 = 0.$$

$$R = R_0 \left(\frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} + 1 \right)$$

$$R_0 = \frac{R}{\frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} + 1}$$

$$R_0 = \frac{R}{\frac{R R_2 + R R_1 + R_1 R_2}{R_1 R_2}}$$

$$R_0 = \frac{R R_1 R_2}{R R_2 + R R_1 + R_1 R_2}$$

$$R_0 = R \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1 + \frac{R_1 R_2}{R}} \right)$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R} \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} + \frac{R_1 R_2}{R R_1 R_2} \right)$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{R_1 || R_2} + \frac{1}{R} \right).$$

$$G_0 = G_R (G_{R_1 || R_2} + G_R) \quad \text{avec } G \text{ l'admittance}$$

4) a) $R = R_1 = R_2$

pour avoir un sommateur pur gain

$$b) V_{out} = - (V_1 - V_{off} + V_2 - V_{off}) + V_{off}$$

$$V_{out} = - (V_1 + V_2) + 3 V_{off}$$

$$A.N. V_{out} = -250 + 3 \times 1 = -253$$

$$I_{\text{erreur}} = \frac{I_N}{I_N} = \frac{|-250 - (-253)|}{-250} = 1,2\%$$

~~1/100~~

Tdmos: Slew Rate.

1) a) $\sigma = 0,5 \text{ V}/\mu\text{s}$.

$$f < \frac{\sigma}{2\pi V_{s0}}$$

$$f < \frac{0,5 \times 10^6}{2\pi \times 10} = 7,957 \text{ Hz}.$$

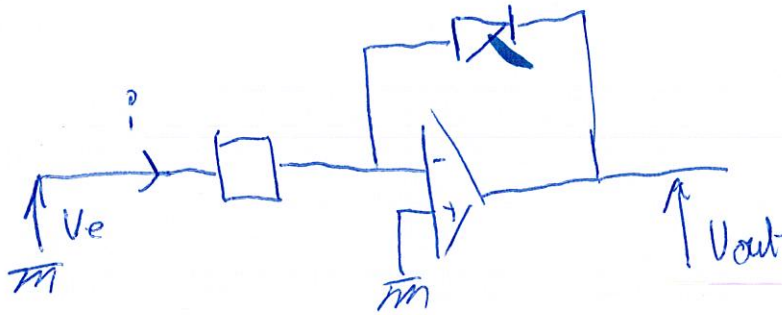
$$\begin{aligned} \frac{dV_s}{dt} &= \omega V_{s\text{max}} \cos(0) \\ &= \omega V_{s\text{max}} \\ &= V_s \sin(\omega t). \end{aligned}$$

b) Un signal triangulaire

$$f = 200 \times 10^3.$$

$$V_{OH} = \frac{0,5 \times 10^6}{2\pi \times 200 \times 10^3} = 3,97 \text{ V}_{\text{max}}.$$

Td n°6: Ampli logarithmique.



$$I_{diode} = I_{sat} e^{-\frac{V_s}{V_0}}$$

$$V_E = R(I + I_{sat})$$

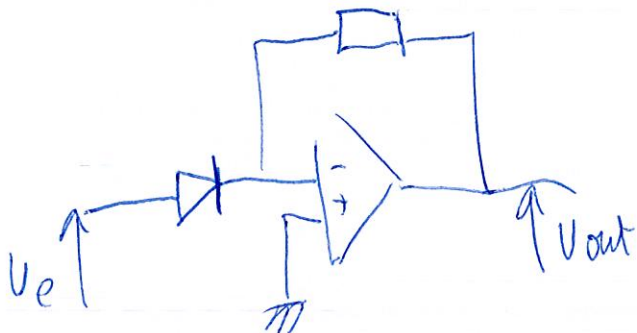
$$V_E = R I_{sat} e^{-\frac{V_s}{V_0}} + R I_{sat}$$

$$\ln(V_E) = \ln(R I_{sat}) - \frac{V_s}{V_0}$$

$$V_s = -V_0 \ln \left(\frac{V_E}{R I_{sat}} \right)$$

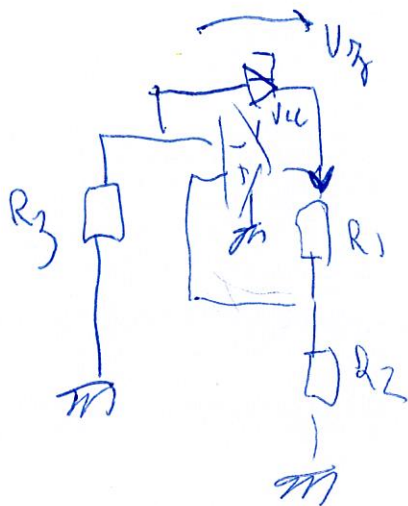
$$V_0 = \frac{kT}{q}$$

Faites l'exercice à 25°C et 75°C.



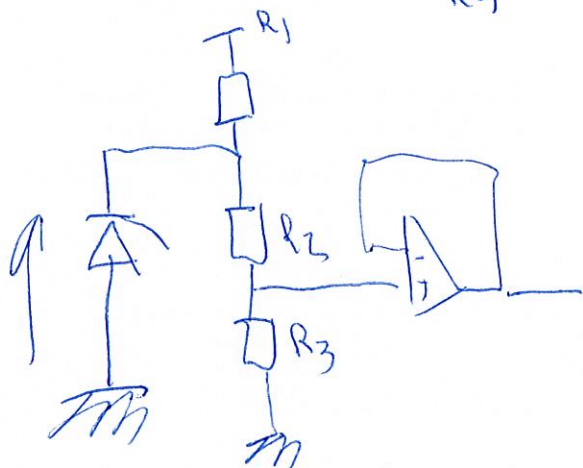
$$I = I_{sat} e^{\frac{V_E}{V_0}}$$

$$V_s = -RI = -R I_{sat} e^{\frac{V_E}{V_0}}$$

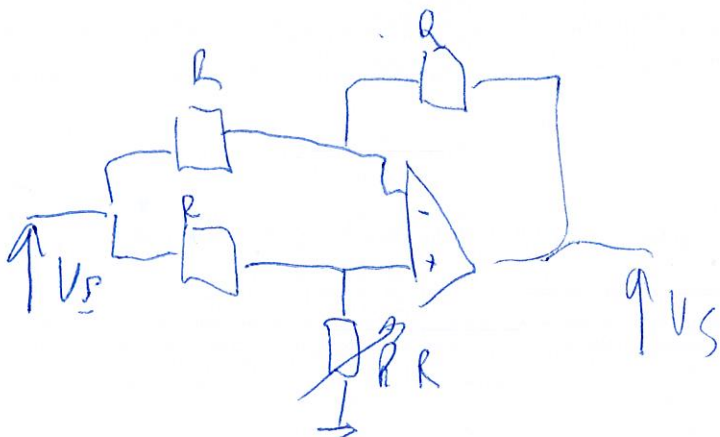


$$I = \frac{V_{\beta}}{R_1}$$

$$V_2 = I(R_1 + R_2) = \frac{V_{\beta}(R_1 + R_2)}{R_1} = V_{\beta} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$



$$V_+ = V_- = V_{R_3} = V_2 \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$



$$V_- = \frac{\frac{V_E}{R} + \frac{V_S}{R}}{\frac{2}{R}} = \frac{V_E + V_S}{2}$$

$$V_+ = V_E \frac{R}{R+R} = V_E \frac{R}{1+R}$$

$$V_+ = V_- \quad V_E \frac{R}{1+R} = \frac{V_E + V_S}{2}$$

$$2R V_E = (1+R)(V_E + V_S)$$

$$V_E(1-R) = (1+R)V_S$$

$$V_S = \left(\frac{1-R}{1+R}\right) V_E$$