

I3MAAU12 - Commande des Systèmes Linéaires Continus - 1h15

Documents de cours, TD et calculatrices autorisés.

Problème 1 : Placement de pôles (15 points)

Le modèle simplifié d'un bras robotisé flexible est donné par la figure 1 avec y la sortie donnée par la position de la masse (M) et u l'entrée donnée par la position à l'extrémité du ressort de raideur k .

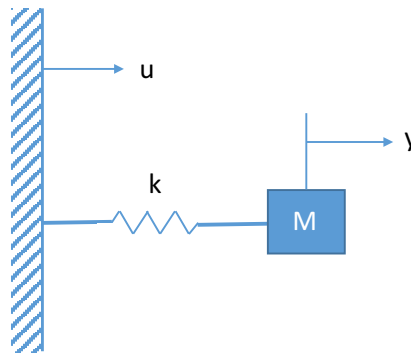


FIGURE 1 –

- Partie 1

1. Montrer qu'un modèle d'état (A,B,C,D) de ce système peut être donné par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/M & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ k/M \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{aligned}$$

Pour la suite on prendra $k/M = 900 \text{ rad/sec}^2$

2. Le système est-il observable ?
3. Déterminer le gain H d'un observateur d'état de pôles $s = -100 \pm 100j$.
4. Serait-il possible de mettre en place un estimateur d'état si seulement la vitesse de déplacement de la masse était mesurée ?
5. On souhaite mettre en place un retour d'état $u = -Lx + l_c y_c$ de telle sorte que le système corrigé se comporte comme un système du second ordre caractérisé par $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et par w_n . Pour la pulsation ω_n on ne sait pas s'il faut choisir $\omega_n = 20\sqrt{2}$ ou $\omega_n = 200\sqrt{2}$. Indiquer la valeur de ω_n qui doit être choisie en justifiant votre réponse
6. En déduire le gain L du retour d'état.
7. Donner la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé.
8. Donner l'allure de la réponse indicielle du système corrigé lorsque $l_c = 1$ en précisant les valeurs caractéristiques.

- **Partie 2** On considère maintenant une commande $u = -L\hat{x}$

1. Donnez l'expression littérale du modèle d'état du système corrigé par le retour d'état L mis en place sur l'état reconstruit par l'observateur de gain H .
2. La structure de contrôle mise en place à la question précédente peut être représentée par le schéma bloc de la figure 2. Donner les expressions littérales de $T_1(s)$ et $T_2(s)$ en fonction des éléments du modèle (A,B,C,D) , de H et L .

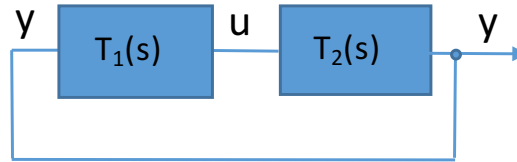


FIGURE 2 –

Problème 2 : Commandabilité/observabilité (5 points)

On considère le système décrit par le modèle d'état suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0.174 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.157 & 0.645 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.207 \\ -0.005 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \end{aligned}$$

1. Donner le schéma bloc associé à ce modèle d'état.
2. Un étudiant a calculé $\text{Det}(Q_c) = 2.3 \cdot 10^{-7}$. Compte tenu de cette très faible valeur, l'étudiant pense que le problème vient de la précision du calcul numérique et qu'en réalité $\text{Det}(Q_c) = 0$. Il conclut donc que le système n'est pas commandable. Cet étudiant a-t-il raison ou tort ? justifier votre réponse sans faire de calculs.
3. Le système est-il observable ? justifier votre réponse sans faire de calculs.