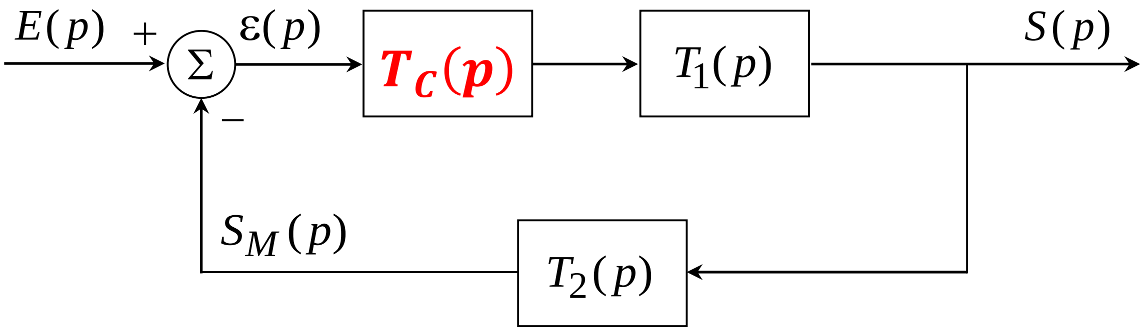
Chapitre 5 : Introduction à la correction

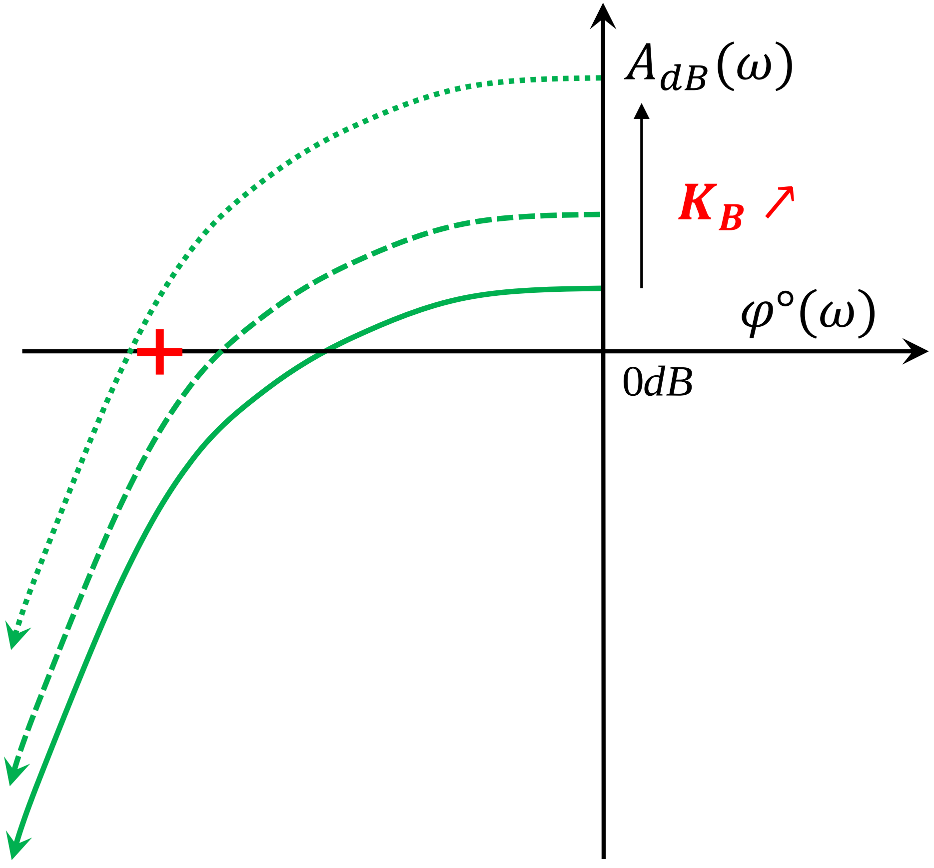


Souvent le cahier des charges impose des performances en terme de :

- **Stabilité,**
- **Précision,**
- **Rapidité.**

Si le système étudié n'a pas les performances souhaitées, on ajoutera dans la boucle, un correcteur $T_C(p)$ qui permettra d'obtenir les spécifications et les performances désirés.

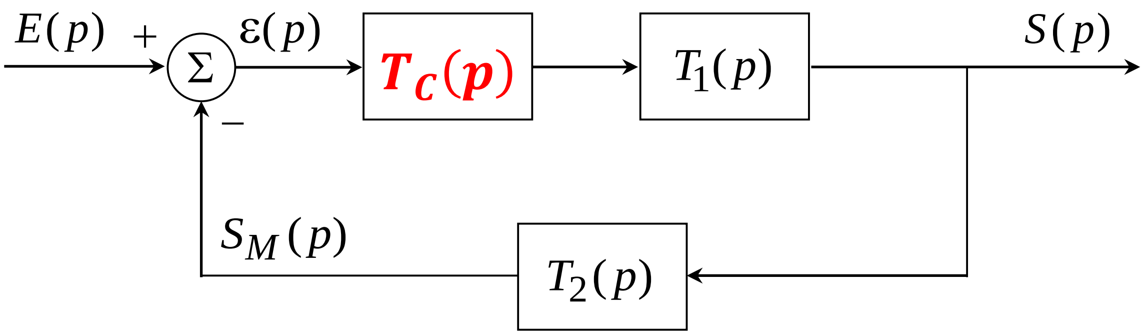
Dilemme précision stabilité pour un système bouclé



- Pour avoir une **bonne précision** en régime permanent, il faut que le gain statique de boucle K_B soit **grand**.
- Une **bonne stabilité** impose que le gain statique de boucle K_B soit **diminué**.

Il en résulte donc un **dilemme entre précision et stabilité**.

Illustration par un exemple



$$T_1(p) = \frac{1}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)} \qquad T_2(p) = 1$$

$$B(p) = \frac{S_M(p)}{\varepsilon(p)} = \boldsymbol{T_C(p)}.T_1(p)$$

$$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{B(p)}{1+B(p)}$$

$$T_\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{E(p)} = \frac{1}{1+B(p)}$$

Expression de $\boldsymbol{T_C(p)}$:

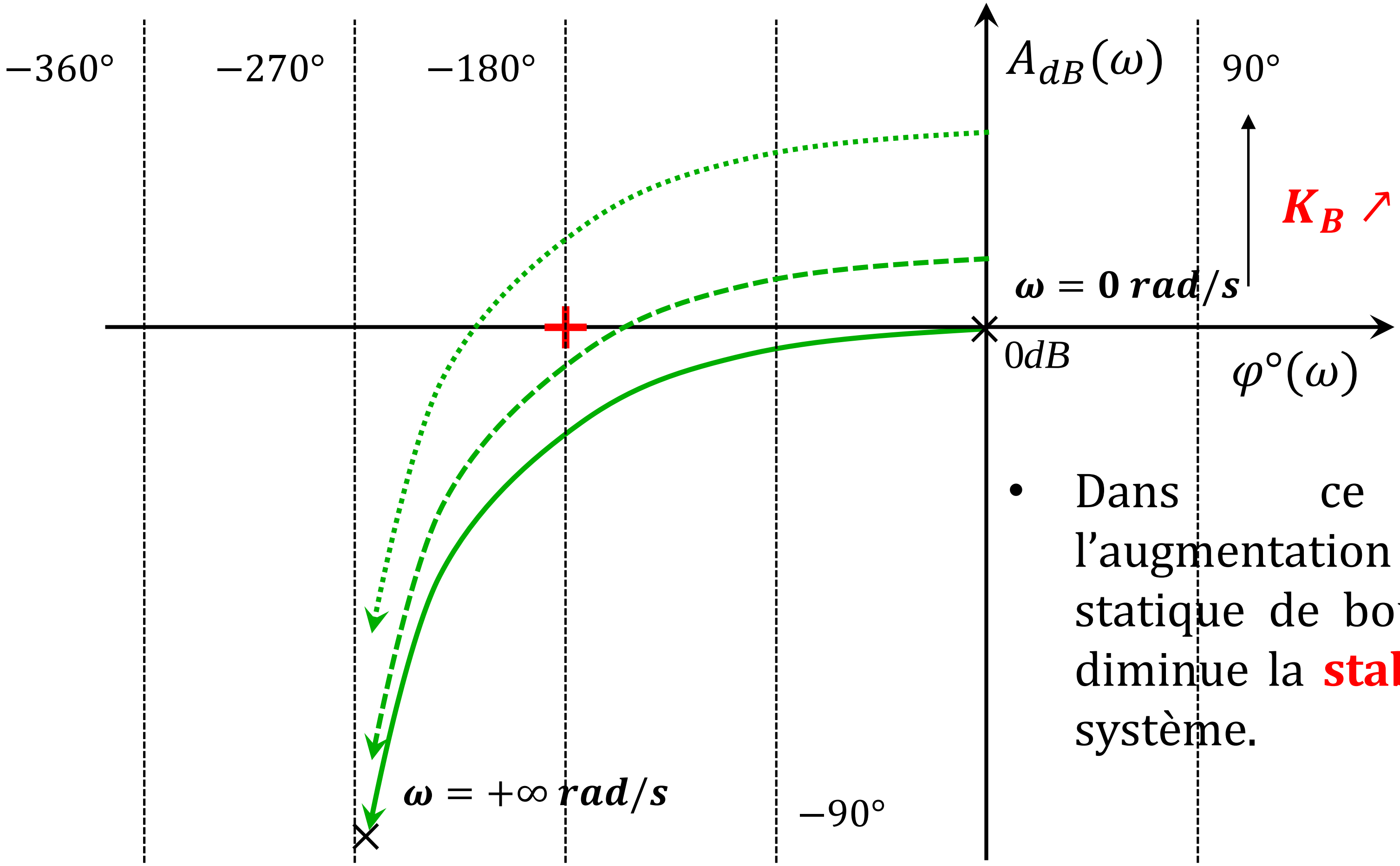
- **cas n°1 :** sans correcteur $\boldsymbol{T_C(p) = 1}$,
- **cas n°2 :** dérivateur $\boldsymbol{T_C(p) = p}$,
- **cas n°3 :** intégrateur $\boldsymbol{T_C(p) = \frac{1}{p}}$.

Cas n°1 : Sans correcteur : $T_C(p) = 1$

$$B(p) = \frac{S_M(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}$$

$$B_{BF}(p) = 1$$

$$B_{HF}(p) = \frac{1}{0{,}06p^3}$$



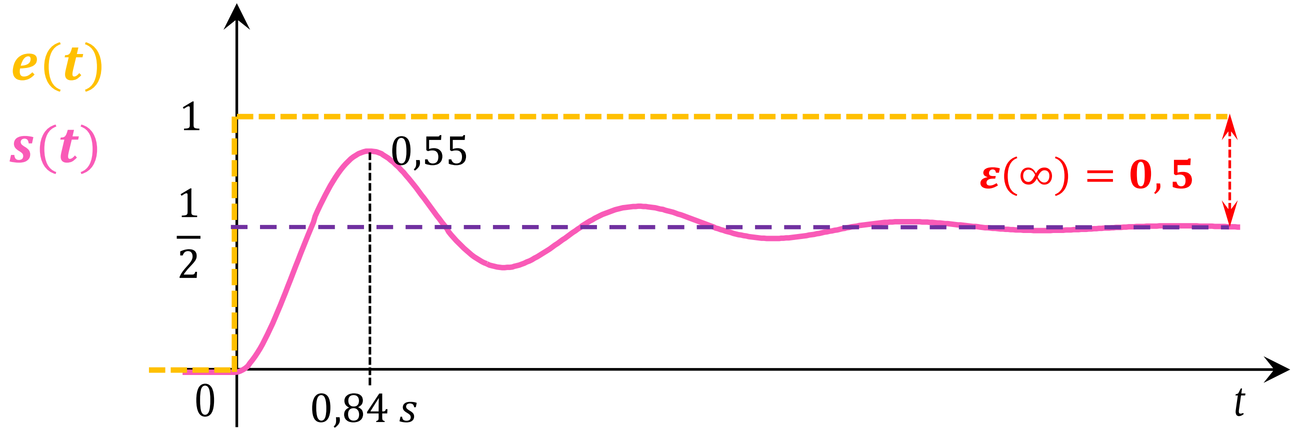
- Dans ce cas, l'augmentation du gain statique de boucle K_B, diminue la **stabilité** du système.

Cas n°1 : Sans correcteur : $T_C(p) = 1$

$$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+1}$$

$$T(0) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} p_1 = -12{,}45 \\ p_2 = -2{,}94 + 4{,}26j \\ p_3 = -2{,}94 - 4{,}26j \end{cases}$$



$$T_\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{E(p)} = \frac{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+1}$$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p.T_{E\varepsilon}(p).E(p) = \lim_{p\to 0} p.\frac{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+1}.\frac{1}{p}$$

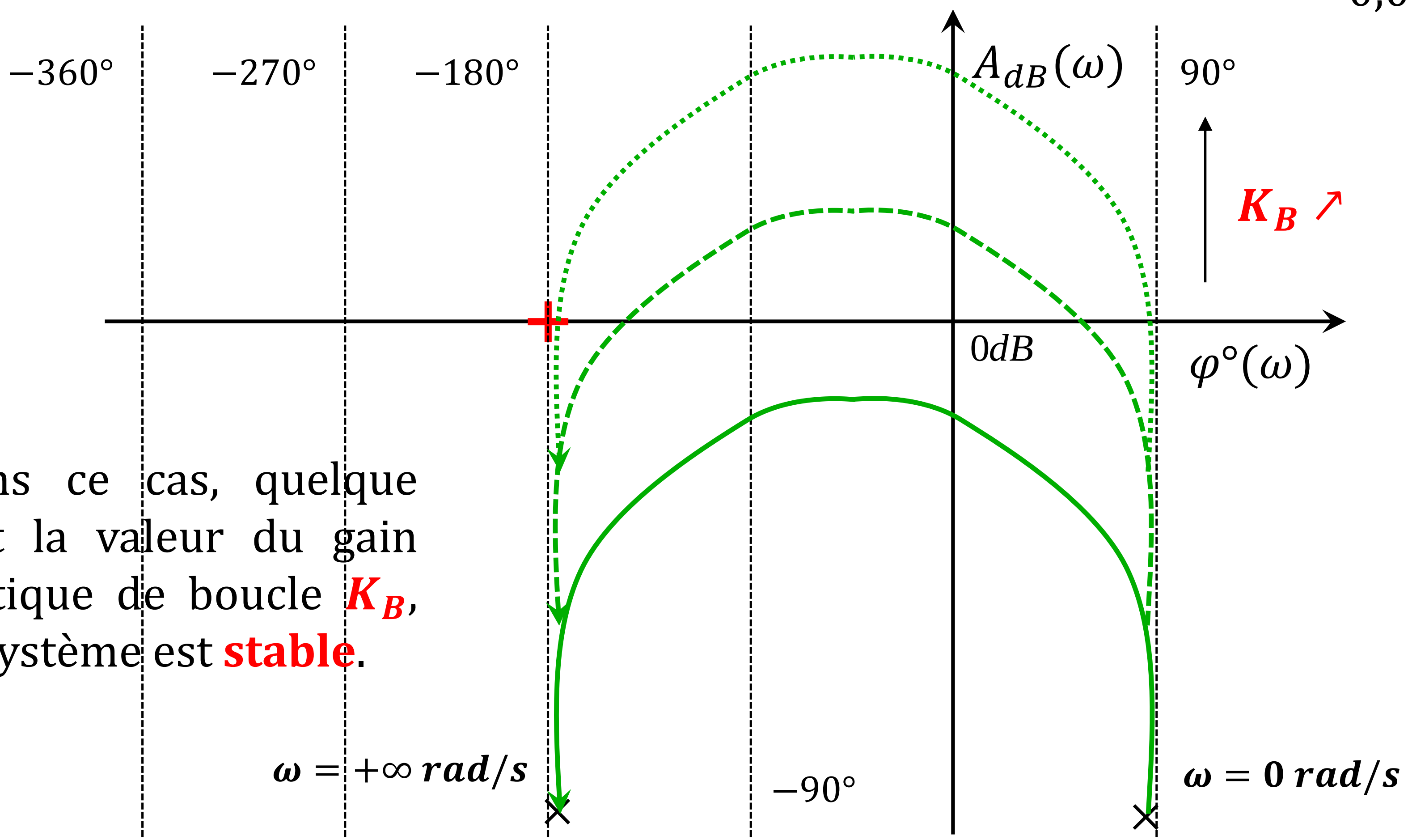
$$\varepsilon(\infty) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

Cas n°2 : dérivateur : $T_C(p) = p$

$$B(p) = \frac{S_M(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{p}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}$$

$$B_{BF}(p) = p$$

$$B_{HF}(p) = \frac{1}{0{,}06p^2}$$



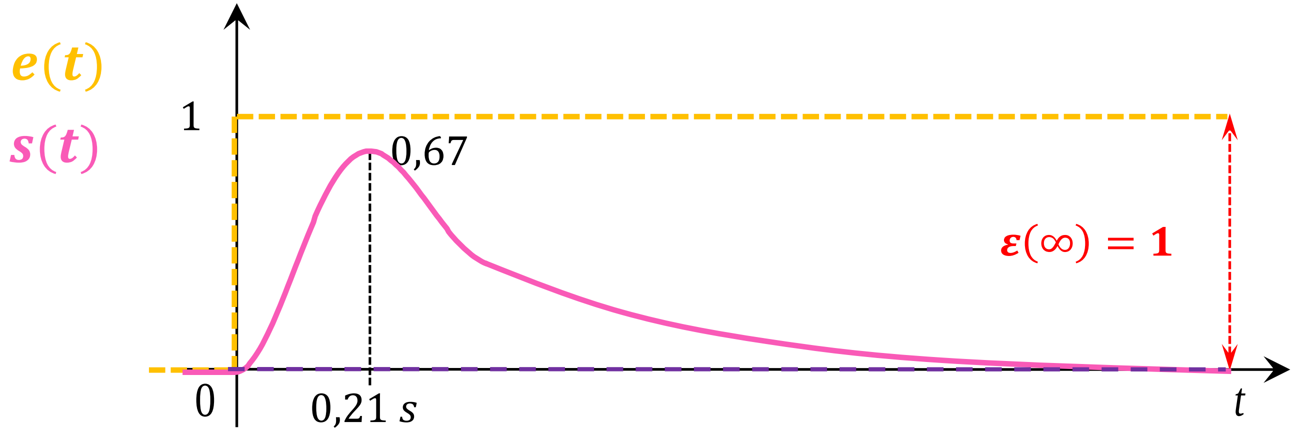
- Dans ce cas, quelque soit la valeur du gain statique de boucle K_B, le système est **stable**.

Cas n°2 : dérivateur : $T_C(p) = p$

$$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{p}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+p}$$

$$T(0) = 0$$

$$\begin{cases} p_1 = -0{,}65 \\ p_2 = -8{,}84 + 13{,}3j \\ p_3 = -8{,}84 - 13{,}3j \end{cases}$$



$$T_\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{E(p)} = \frac{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+p}$$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p.T_{E\varepsilon}(p).E(p) = \lim_{p\to 0} p.\frac{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}{(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+p}.\frac{1}{p}$$

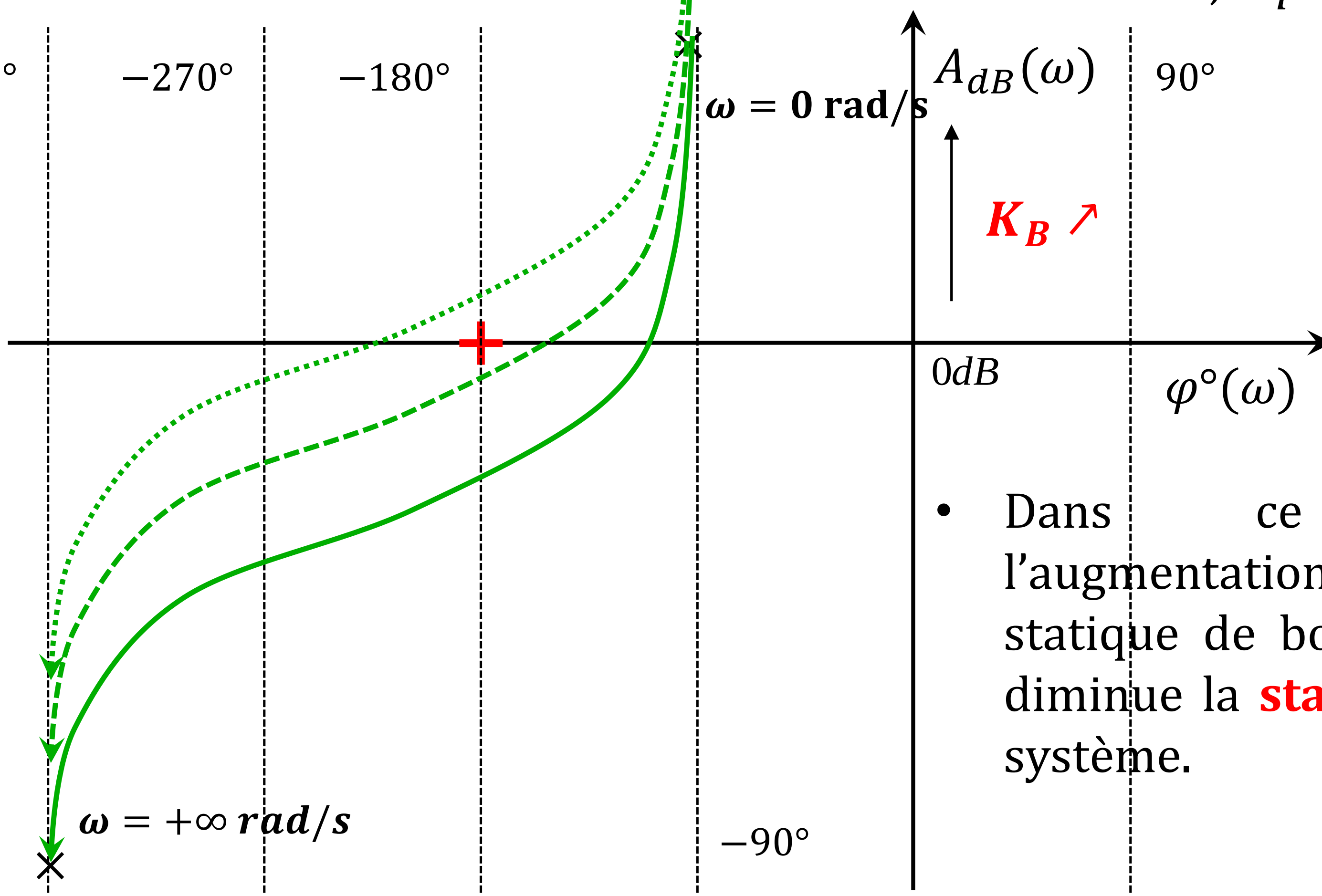
$$\varepsilon(\infty) = \frac{1}{1+0} = 1$$

Cas n°3 : intégrateur : $T_C(p) = \frac{1}{p}$

$$B(p) = \frac{S_M(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{p.(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}$$

$$B_{BF}(p) = \frac{1}{p}$$

$$B_{HF}(p) = \frac{1}{0{,}06p^4}$$



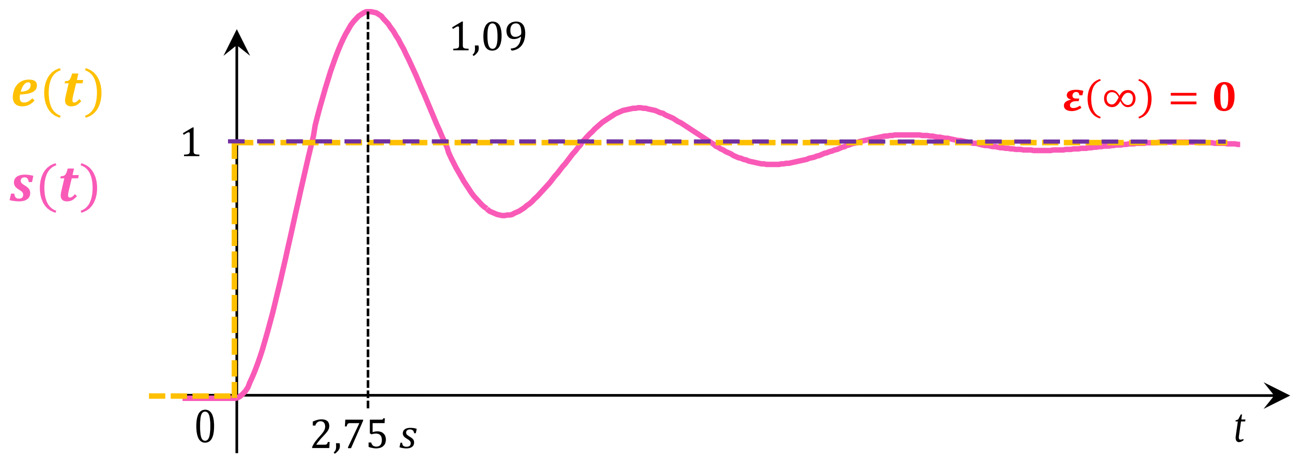
- Dans ce cas, l'augmentation du gain statique de boucle K_B, diminue la **stabilité** du système.

Cas n°3 : intégrateur : $T_C(p) = \frac{1}{p}$

$$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{p.(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+1}$$

$$T(0) = 1$$

$$\begin{cases} p_1 = -9{,}8 \\ p_2 = -7{,}4 \\ p_3 = -0{,}94 + 1{,}27j \\ p_4 = -0{,}94 - 1{,}27j \end{cases}$$



$$T_\varepsilon(p) = \frac{\varepsilon(p)}{E(p)} = \frac{p.(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}{p.(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+1}$$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p.T_{E\varepsilon}(p).E(p) = \lim_{p\to 0} p.\frac{p.(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)}{p.(1+0{,}1p)(1+0{,}2p)(1+0{,}3p)+1}.\frac{1}{p}$$

$$\varepsilon(\infty) = \frac{0}{0+1} = 0$$

Conclusion

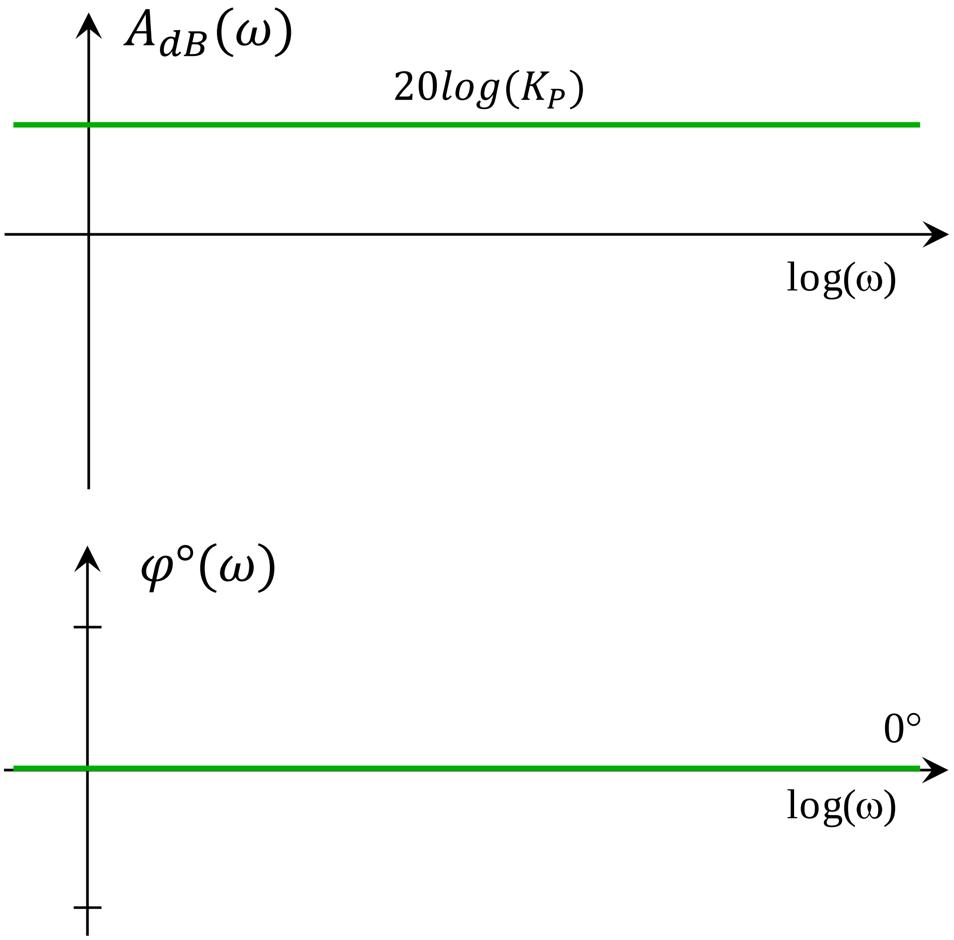
Le dérivateur : p

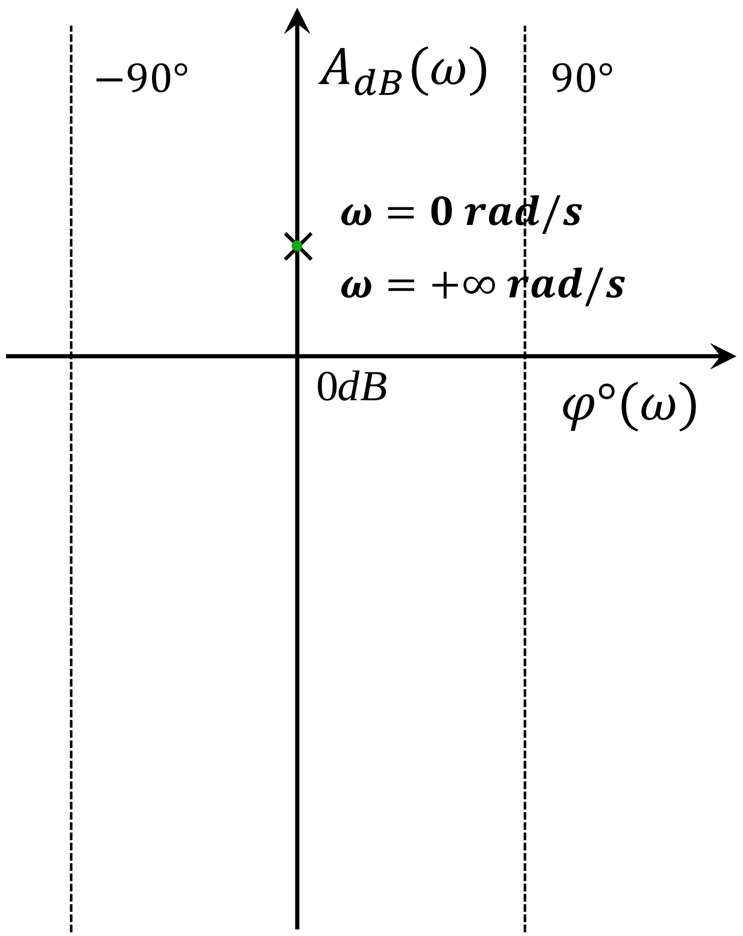
- Stabilise le système.
- Augmente la rapidité du système.
- La précision devient déplorable.

L'intégrateur : $\frac{1}{p}$

- La stabilité diminue.
- Diminue la rapidité.
- L'erreur est nulle.

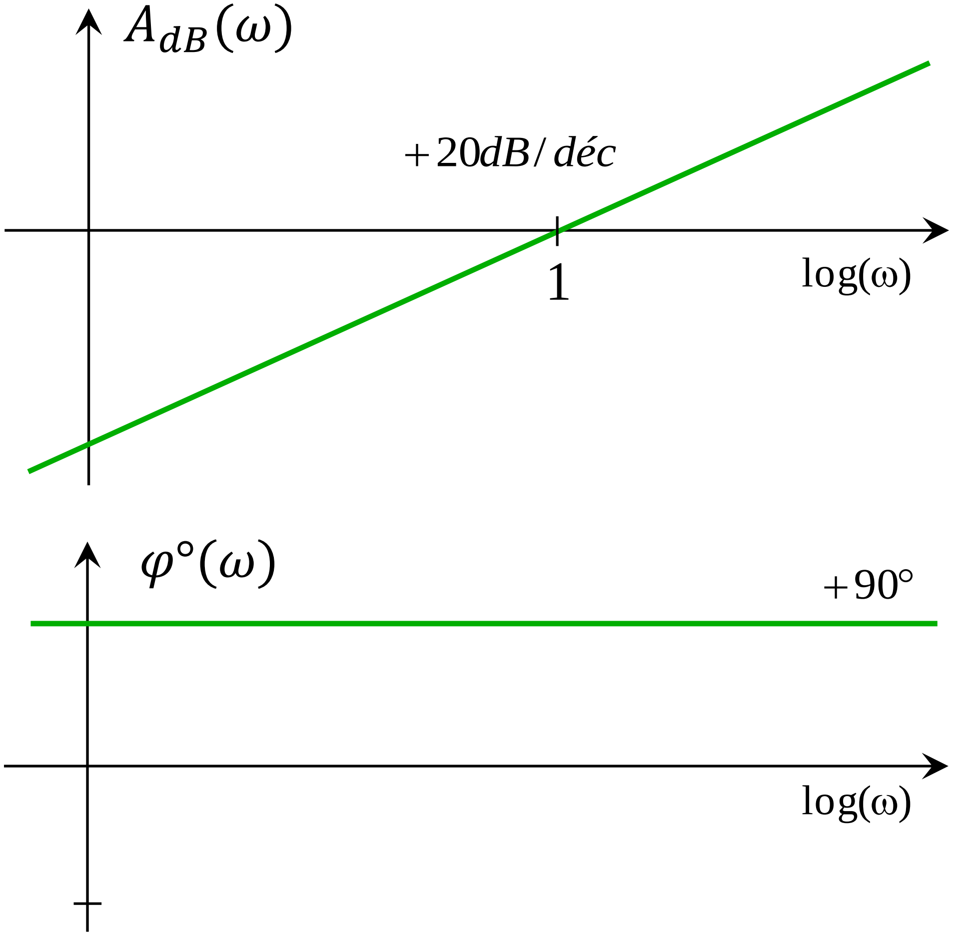
Les trois actions de base : l'action proportionnelle $T_C(p) = K_P$

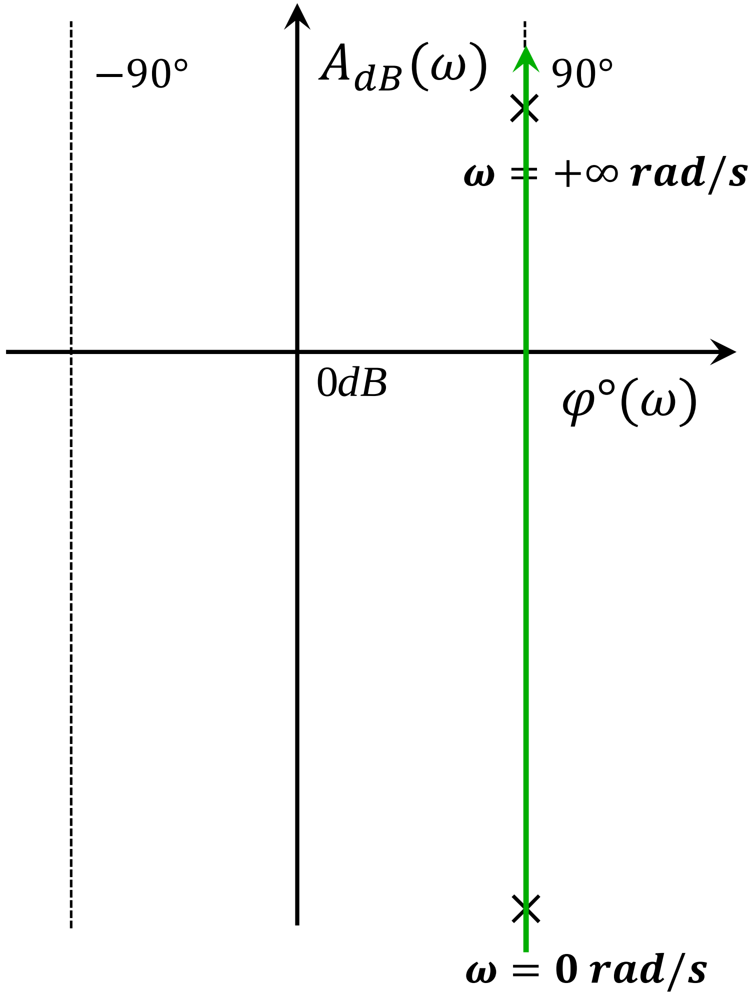




Les trois actions de base : l'action dérivée

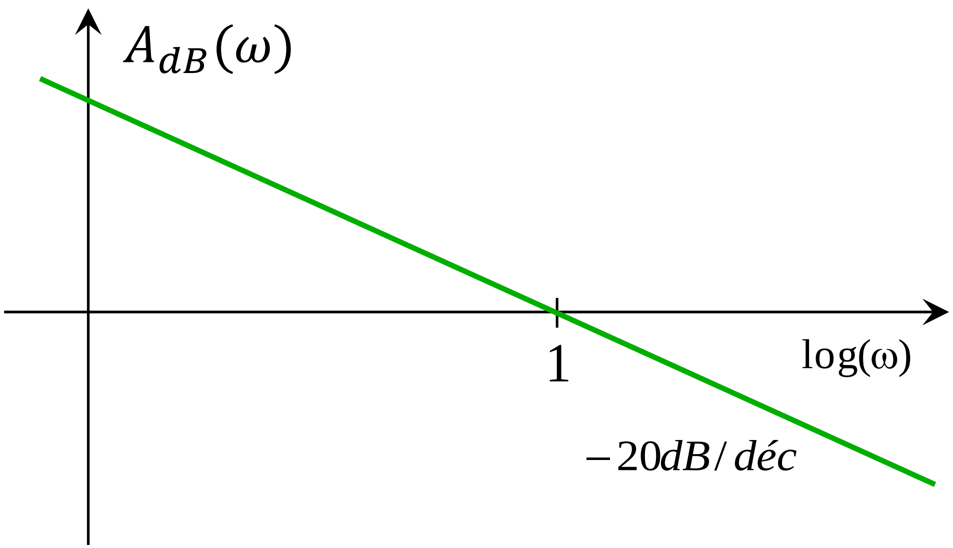
$T_C(p) = p$

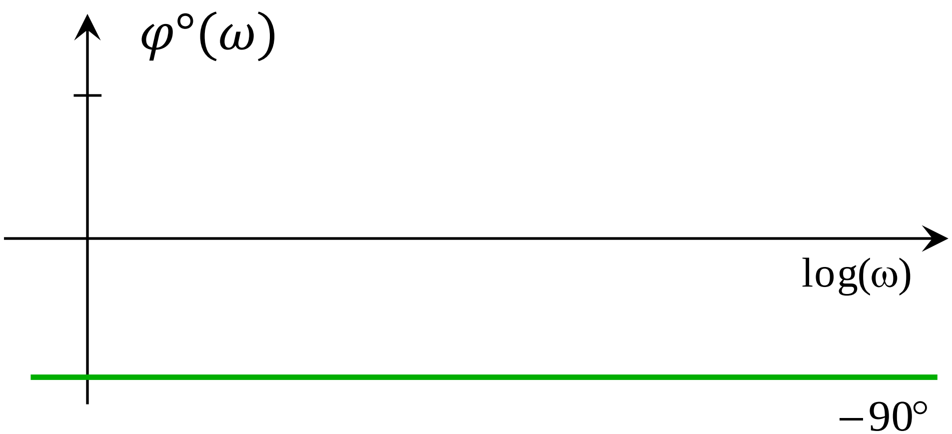


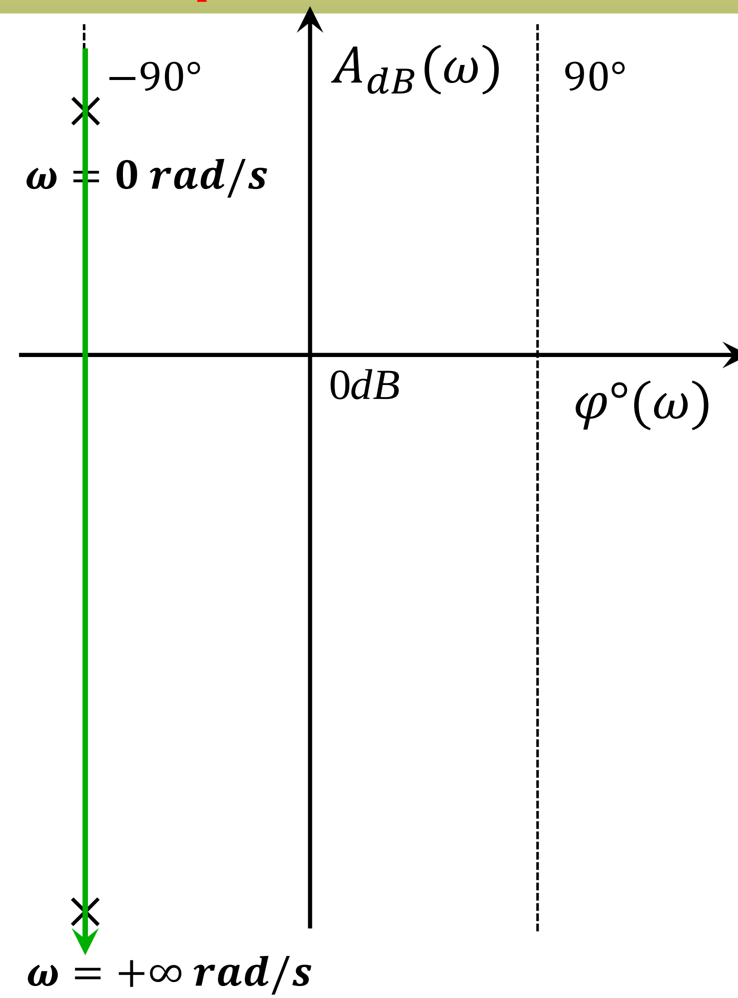


Les trois actions de base : l'action intégrale

$$T_C(p) = \frac{1}{p}$$







Les trois correcteurs classiques de base étudiés

- **Le correcteur Proportionnel et Intégral (PI)**
  - ✓ $T_C(p) = K_P.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right)$

- **Le correcteur Proportionnel et Dérivé (PD)**
  - ✓ $T_C(p) = K_P.(1 + \tau_D.p)$

- **Le correcteur Proportionnel, Intégral et Dérivé (PID)**
  - ✓ $T_C(p) = K_P.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_D.p)$

Le correcteur P.I. : $T_C(p) = K_P.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right)$

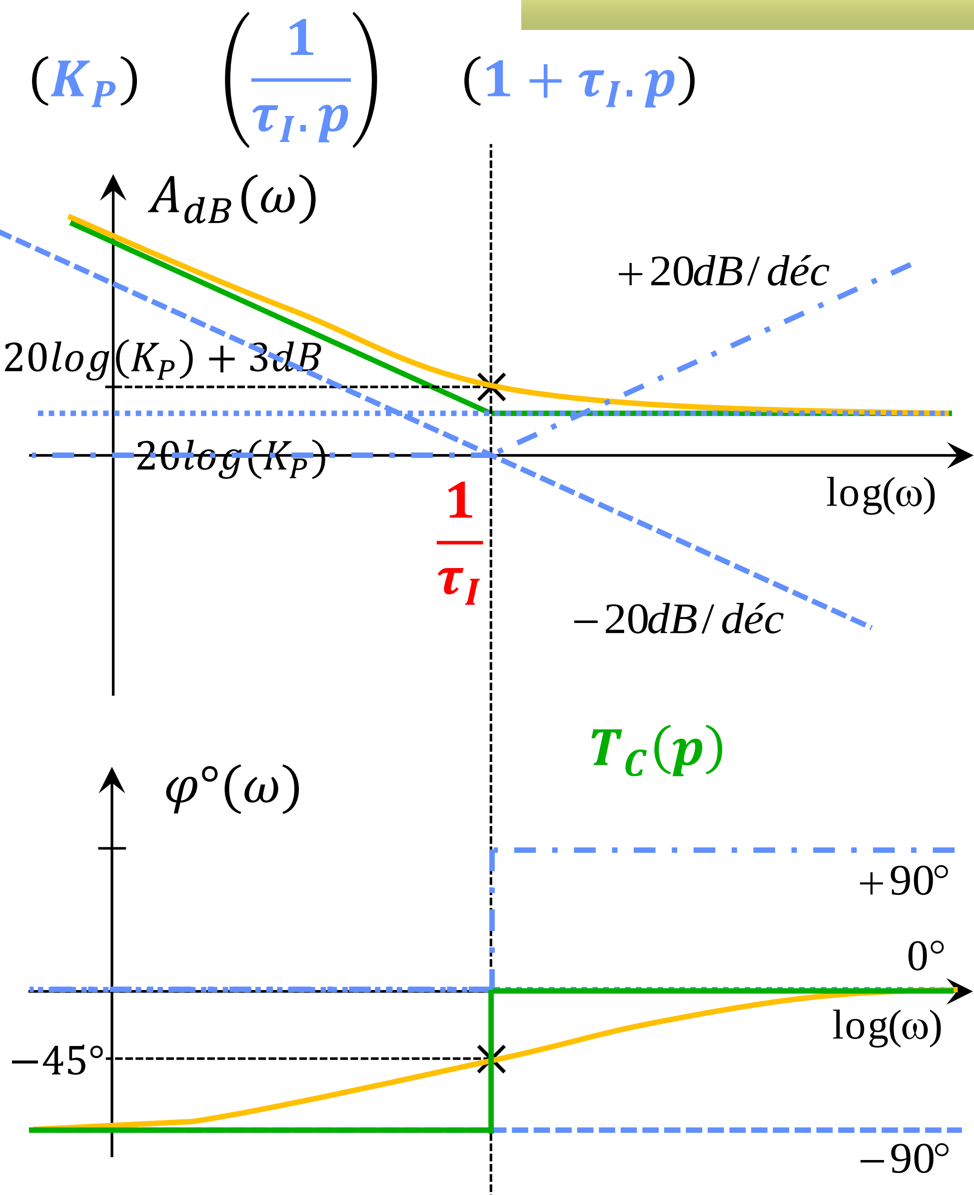
- Le correcteur P.I. (Proportionnel et Intégral) correspond à l'association d'une action proportionnelle et d'une action intégrale.

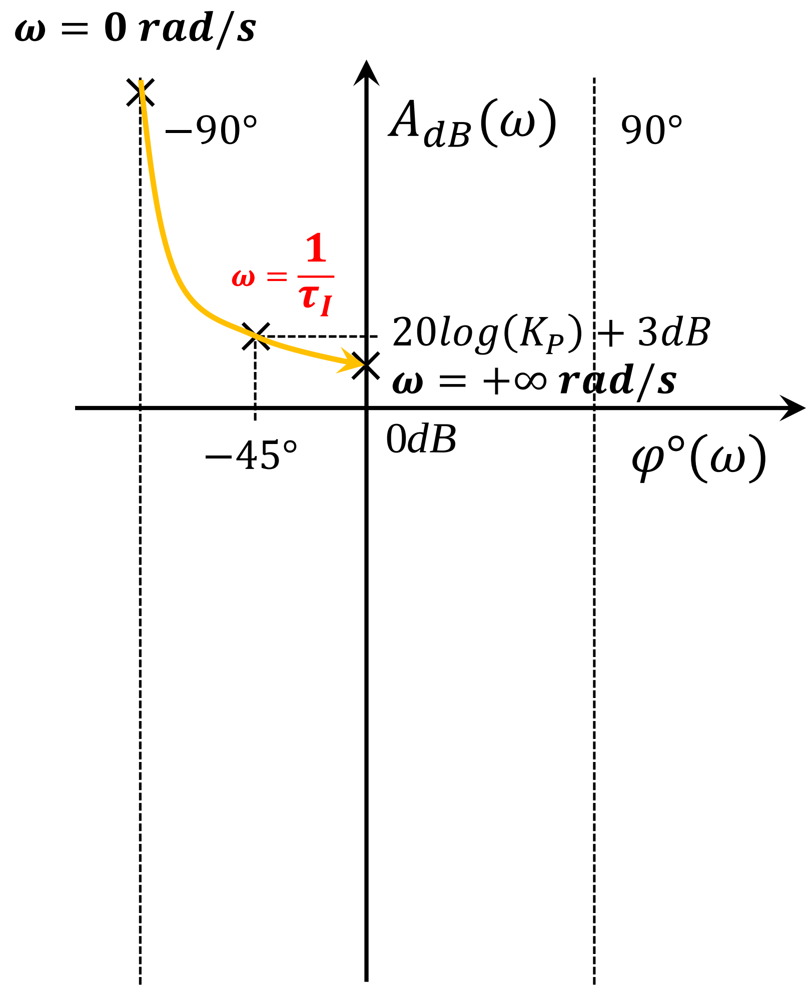
$$T_C(p) = K_P\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right) = K_P\left(\frac{\tau_I.p + 1}{\tau_I.p}\right)$$

$$= (K_P).\left(\frac{1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_I.p)$$

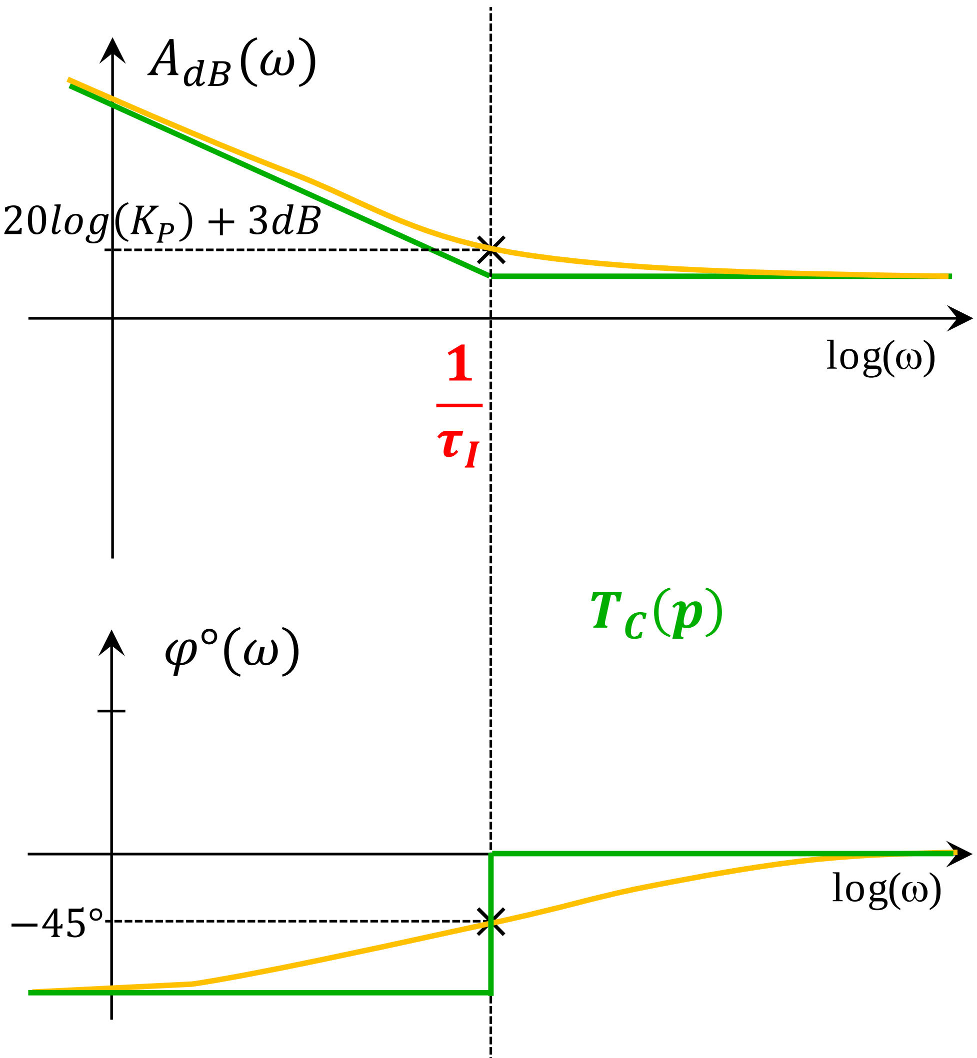
- **Remarque :** La valeur $\frac{1}{\tau_I}$ doit se trouver obligatoirement en **basse fréquence** par rapport au système considéré.

Le correcteur P.I. : $T_C(p) = K_P\left(1 + \frac{1}{\tau_I . p}\right)$





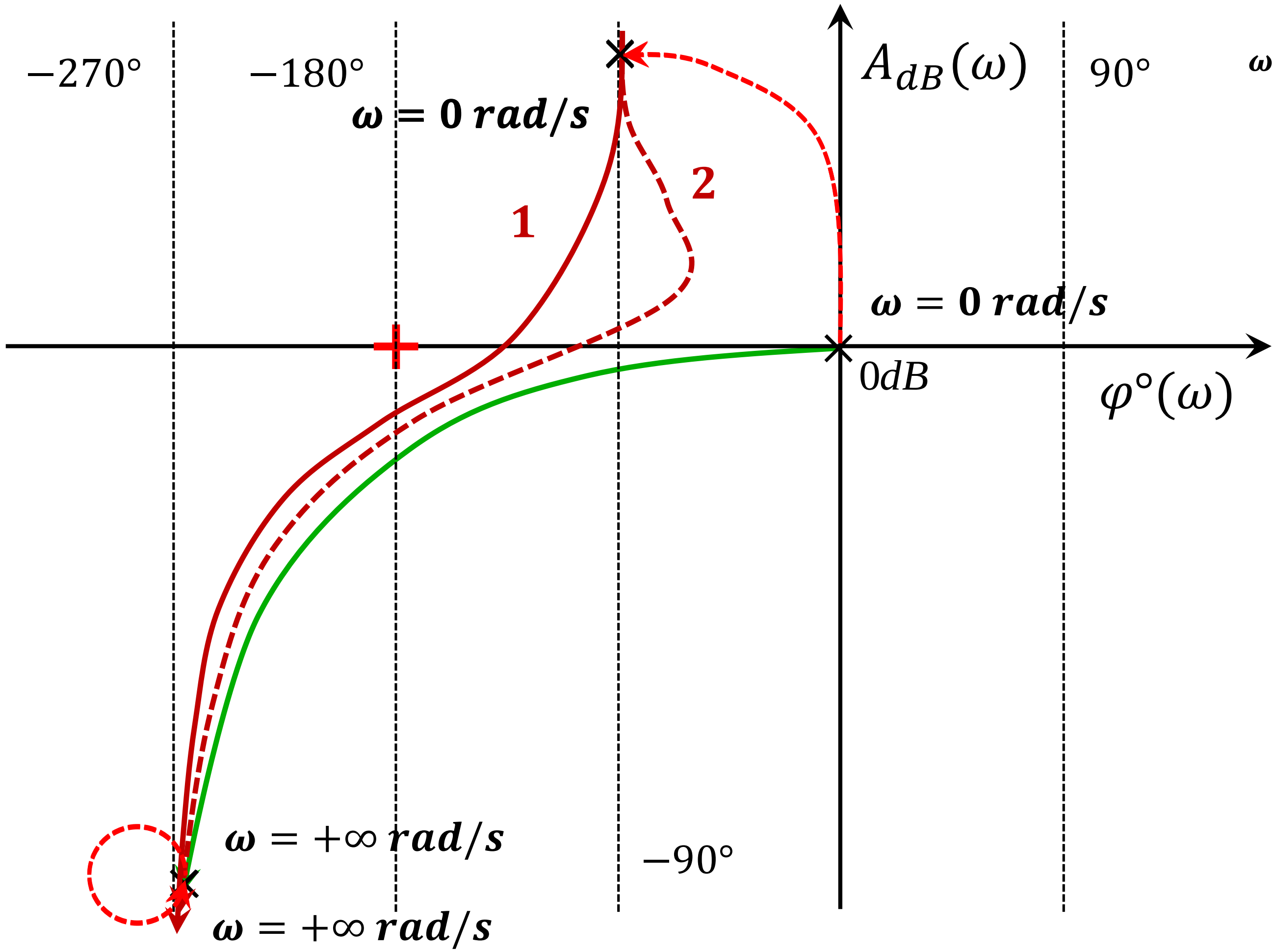
Le correcteur P.I. : $T_C(p) = K_P\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right)$

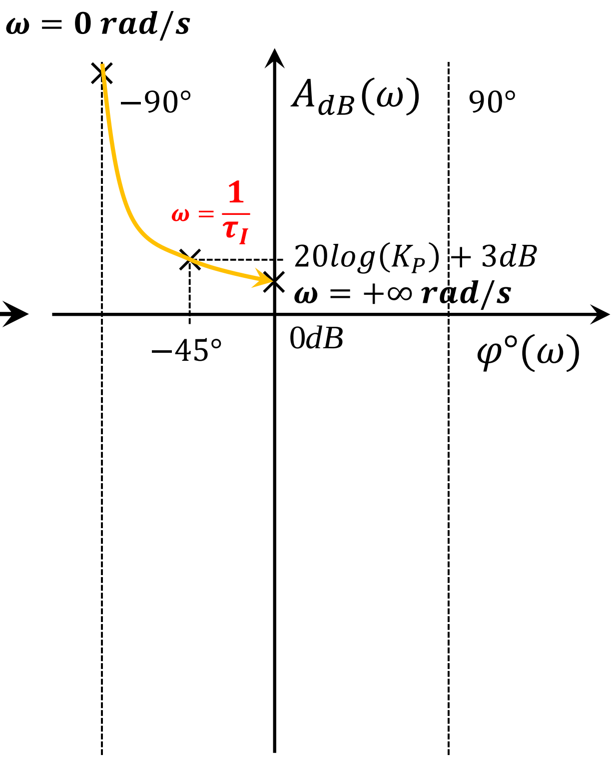


- Pour des pulsations comprises entre **0** et $\frac{1}{\tau_I}$, le correcteur produit un effet intégral sur le système considéré.

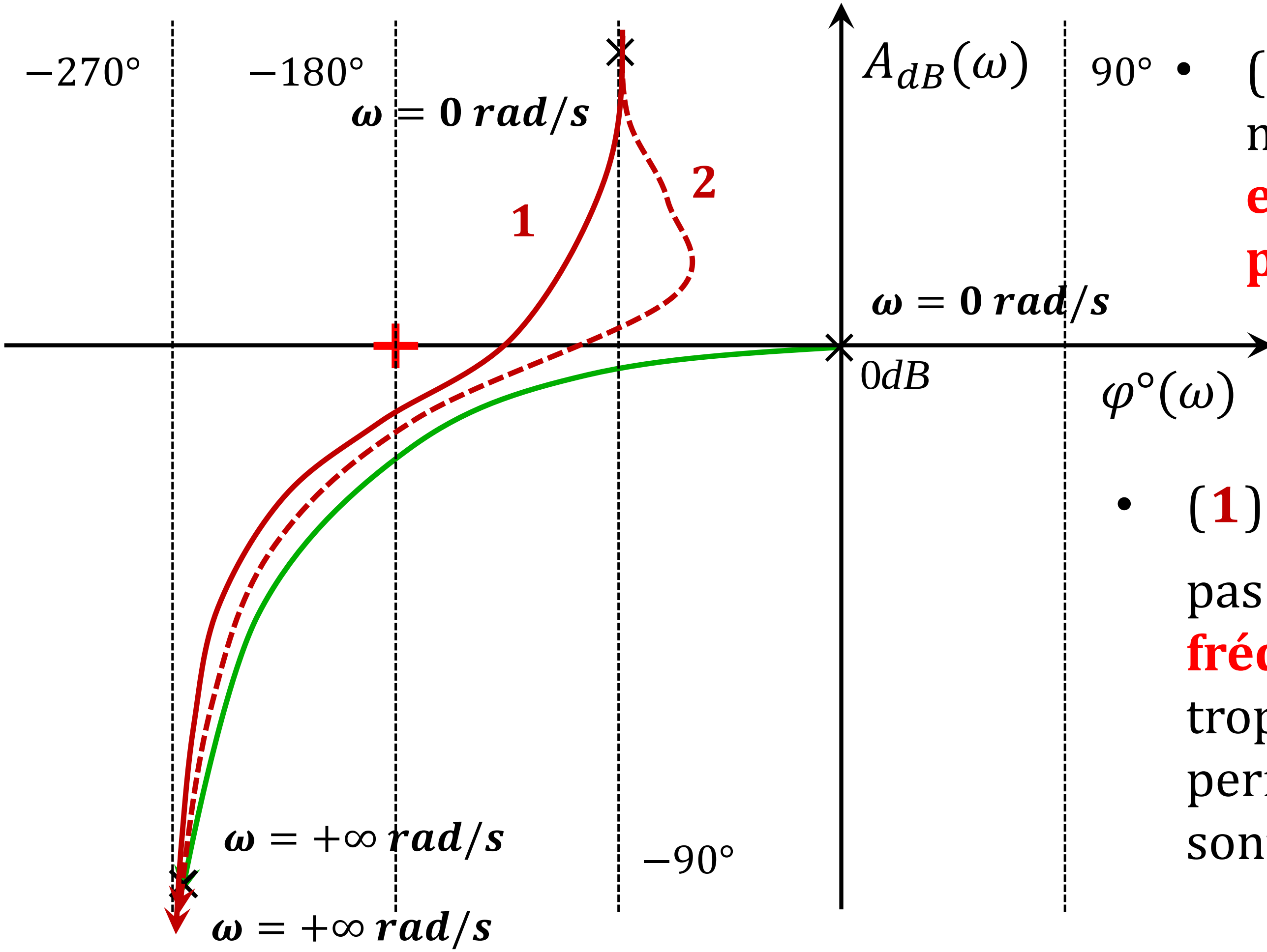
- Pour celles comprises entre $\frac{1}{\tau_I}$ et ∞, le correcteur produit un effet proportionnel sur le système considéré.

Effet du correcteur P.I. sur l'exemple du 3ème ordre





Effet du correcteur P.I. sur l'exemple du 3ème ordre



- (**1** et **2**) ces 2 réglages nous assurent une **erreur nulle** en **régime permanent**.

- (**1**) La pulsation $\frac{1}{\tau_I}$ n'est pas réglée en **assez basse fréquence** (τ_I est choisi trop faible). Dans ce cas les performances en **stabilité** sont **dégradées**.

- (**2**) La pulsation $\frac{1}{\tau_I}$ a été convenablement choisie **en basse fréquence**. Pour ce réglage les performances en **stabilité** sont **convenables**.

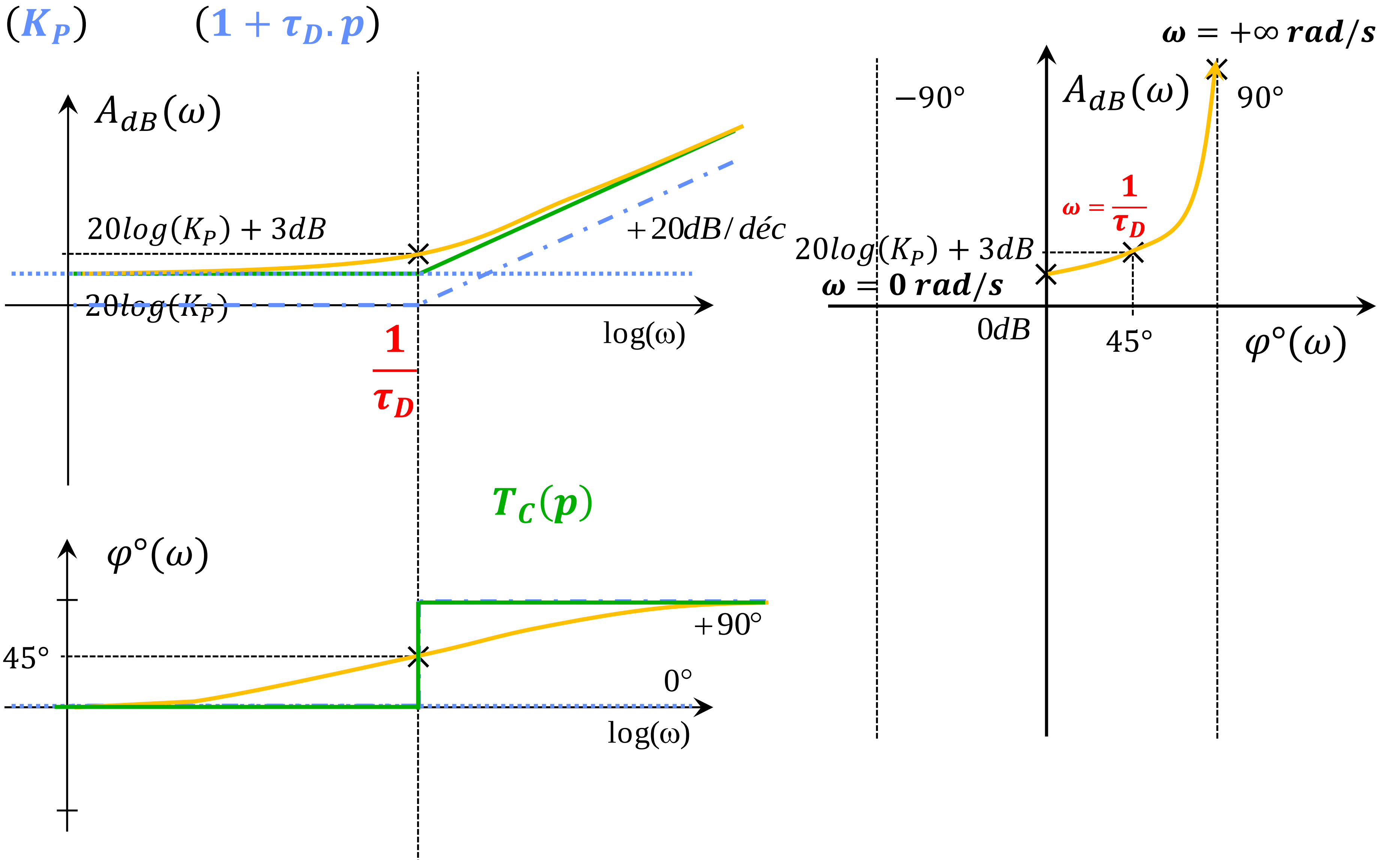
Le correcteur P.D. : $T_C(p) = K_P.(1 + \tau_D.p)$

- Le correcteur P.D. (Proportionnel et Dérivé) correspond à l'association d'une action proportionnelle et d'une action dérivée.

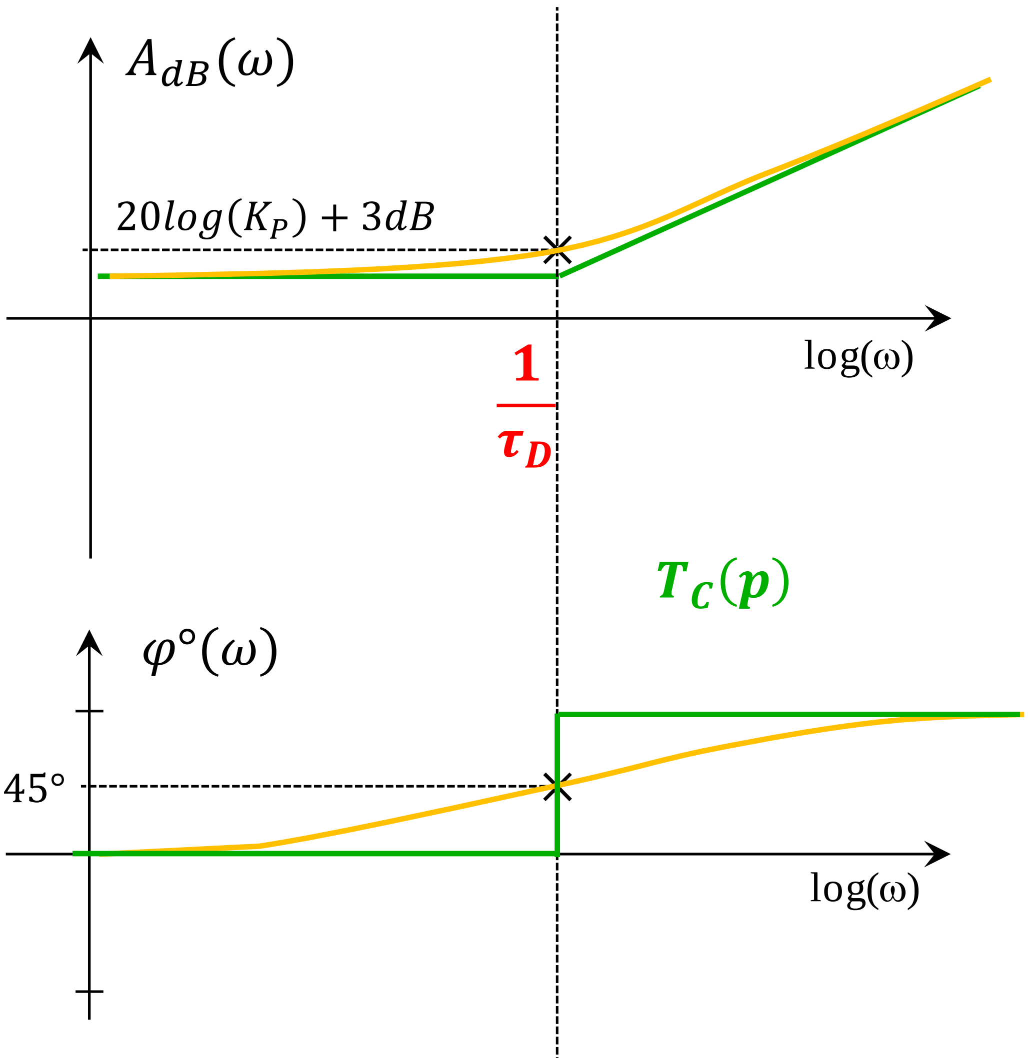
$$T_C(p) = K_P(1 + \tau_D.p) = (K_P).(1 + \tau_D.p)$$

- **Remarque :** La valeur $\frac{1}{\tau_D}$ doit se trouver obligatoirement autour du **point critique** par rapport au système considéré.

Le correcteur P.D. : $T_C(p) = K_P.(1 + \tau_D.p)$



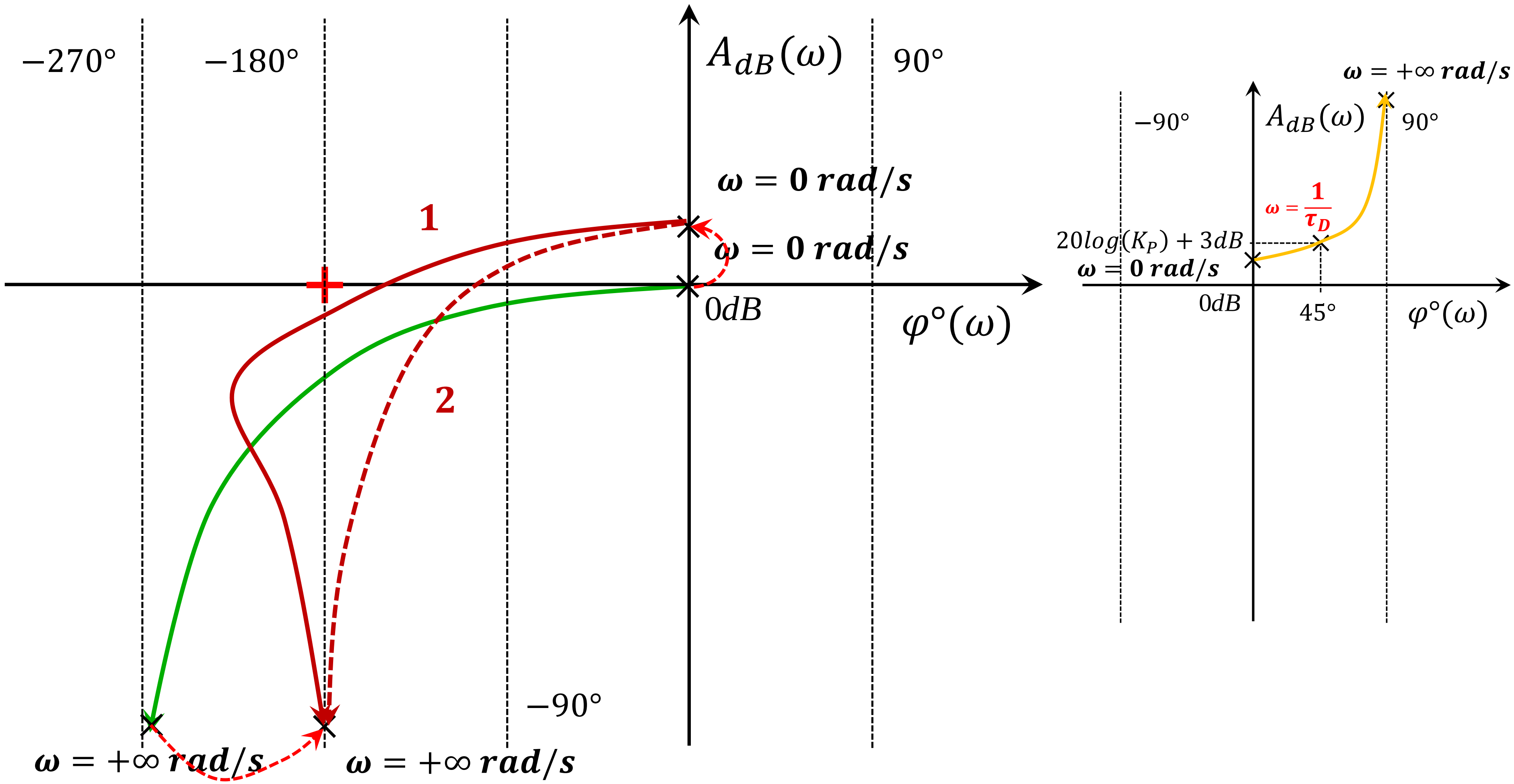
Le correcteur P.D. : $T_C(p) = K_P.(1 + \tau_D.p)$



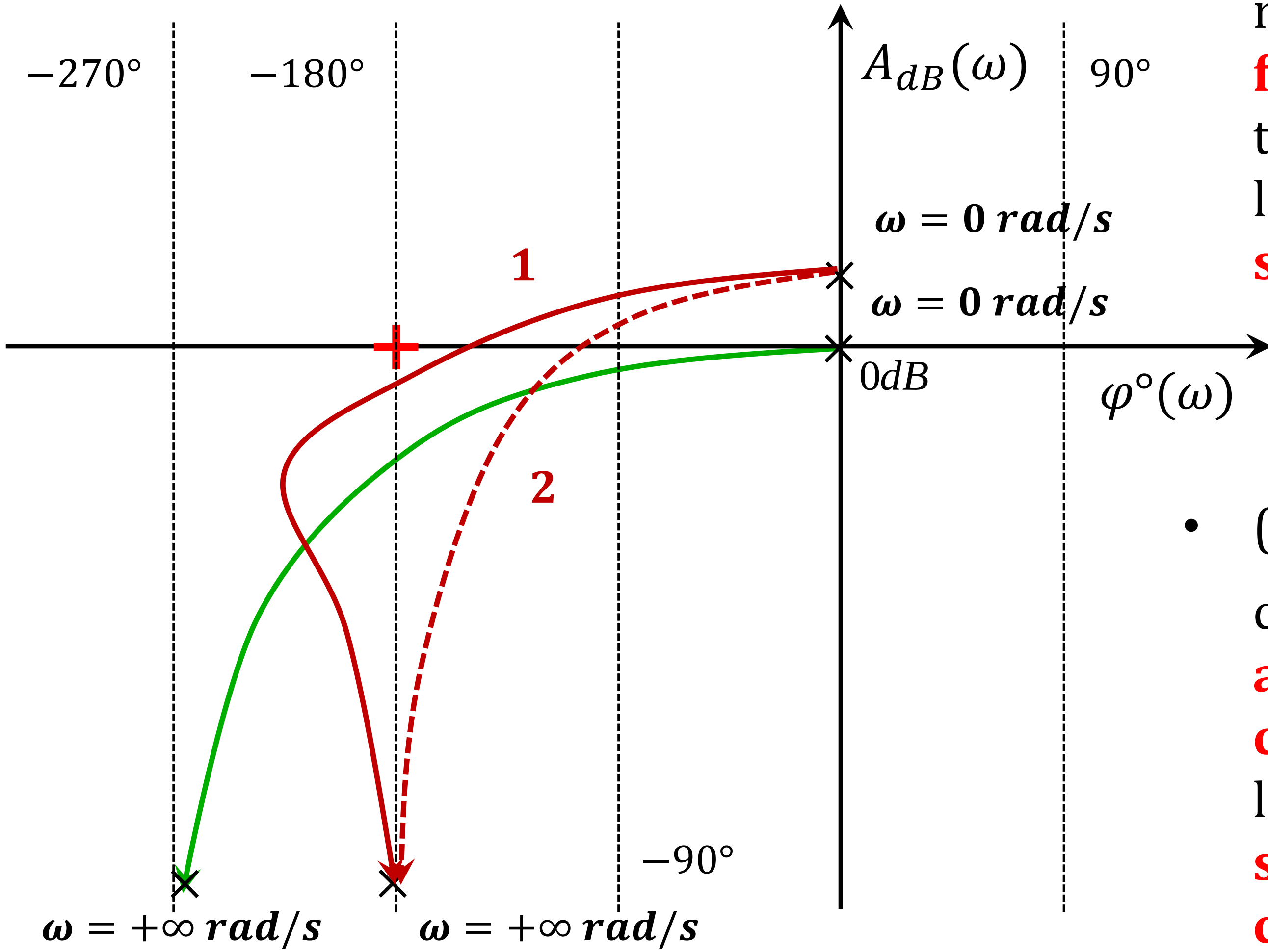
- Pour des pulsations comprises entre **0** et $\frac{1}{\tau_D}$, le correcteur produit un effet proportionnel sur le système considéré.

- Pour celles comprises entre $\frac{1}{\tau_D}$ et ∞, le correcteur produit un effet dérivé sur le système considéré.

Effet du correcteur P.D. sur l'exemple du 3ème ordre



Effet du correcteur P.D. sur l'exemple du 3ème ordre



- (**1**) La pulsation $\frac{1}{\tau_D}$ est réglée en **trop haute fréquence** ($\boldsymbol{\tau_D}$ est choisi trop faible). Dans ce cas les performances en **stabilité** sont **dégradées**.

- (**2**) La pulsation $\frac{1}{\tau_D}$ a été convenablement choisie **autour du point critique**. Pour ce réglage les performances en **stabilité** sont **convenables**.

Le correcteur P.I.D. :

$$T_C(p) = K_P.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_D.p)$$

- Le correcteur P.I.D. (Proportionnel Intégral et Dérivé) correspond à l'association d'une action proportionnelle, d'une action intégrale et d'une action dérivée.

$$T_C(p) = K_P\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_D.p) = K_P\left(\frac{\tau_I.p + 1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_D.p)$$

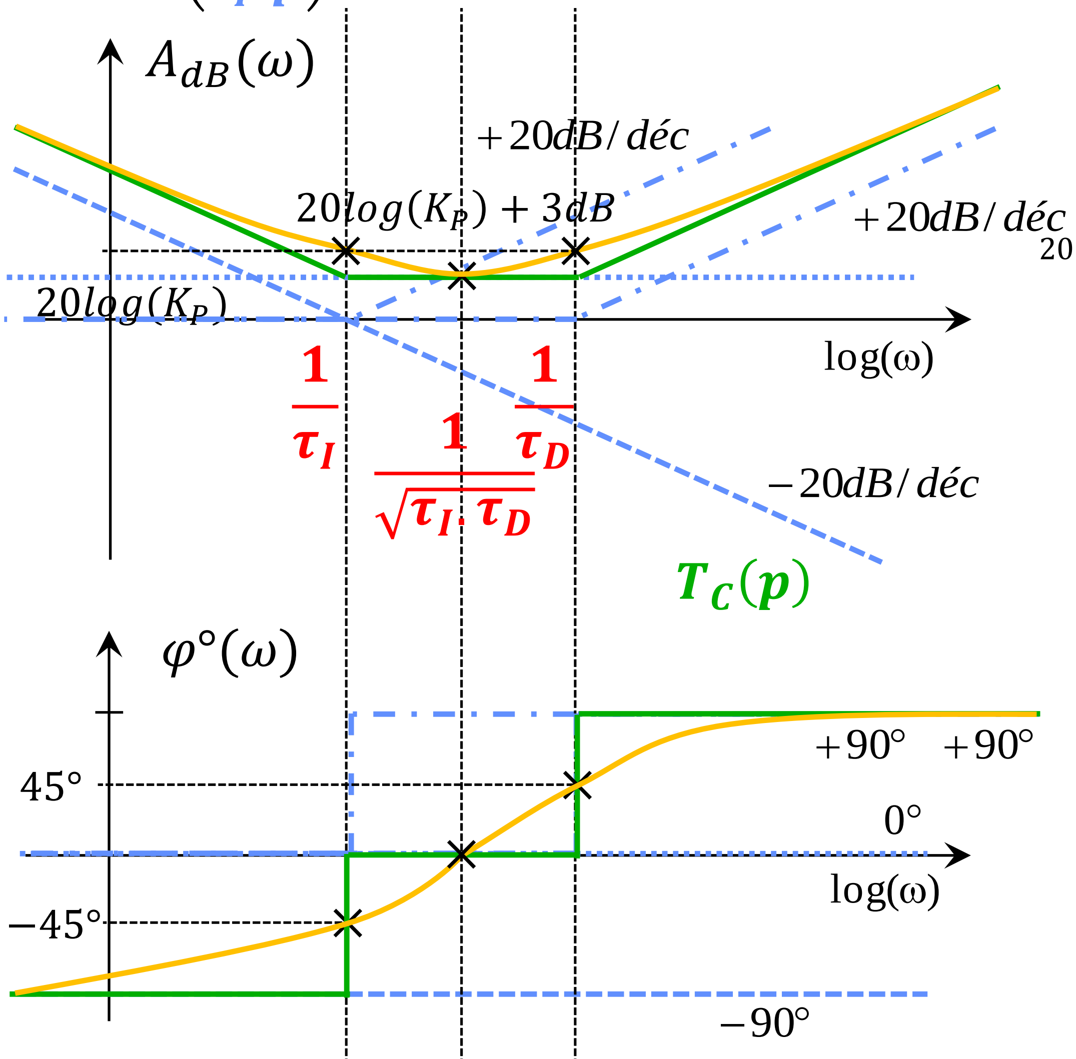
$$= (K_P).\left(\frac{1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_I.p).(1 + \tau_D.p)$$

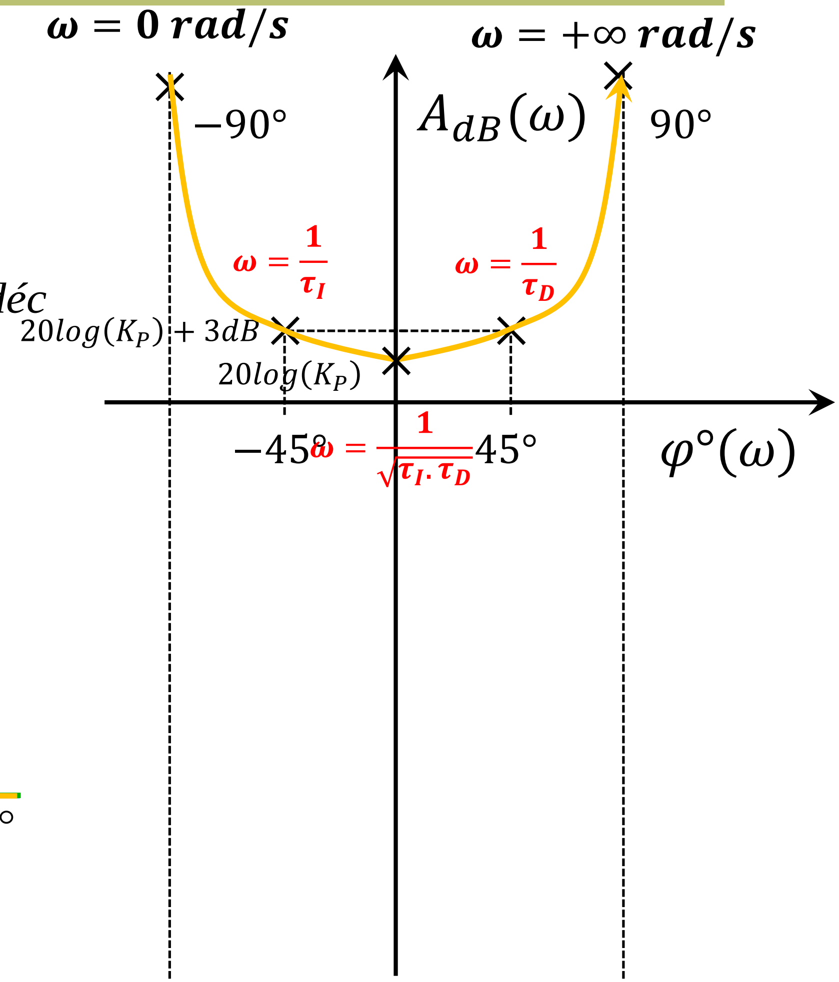
- **Remarque :** La valeur $\frac{1}{\tau_I}$ doit se trouver obligatoirement en **basse fréquence** et la valeur $\frac{1}{\tau_D}$ doit se trouver obligatoirement autour du **point critique** par rapport au système considéré.

Le correcteur P.I.D. :

$$T_C(p) = K_P.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_D.p)$$

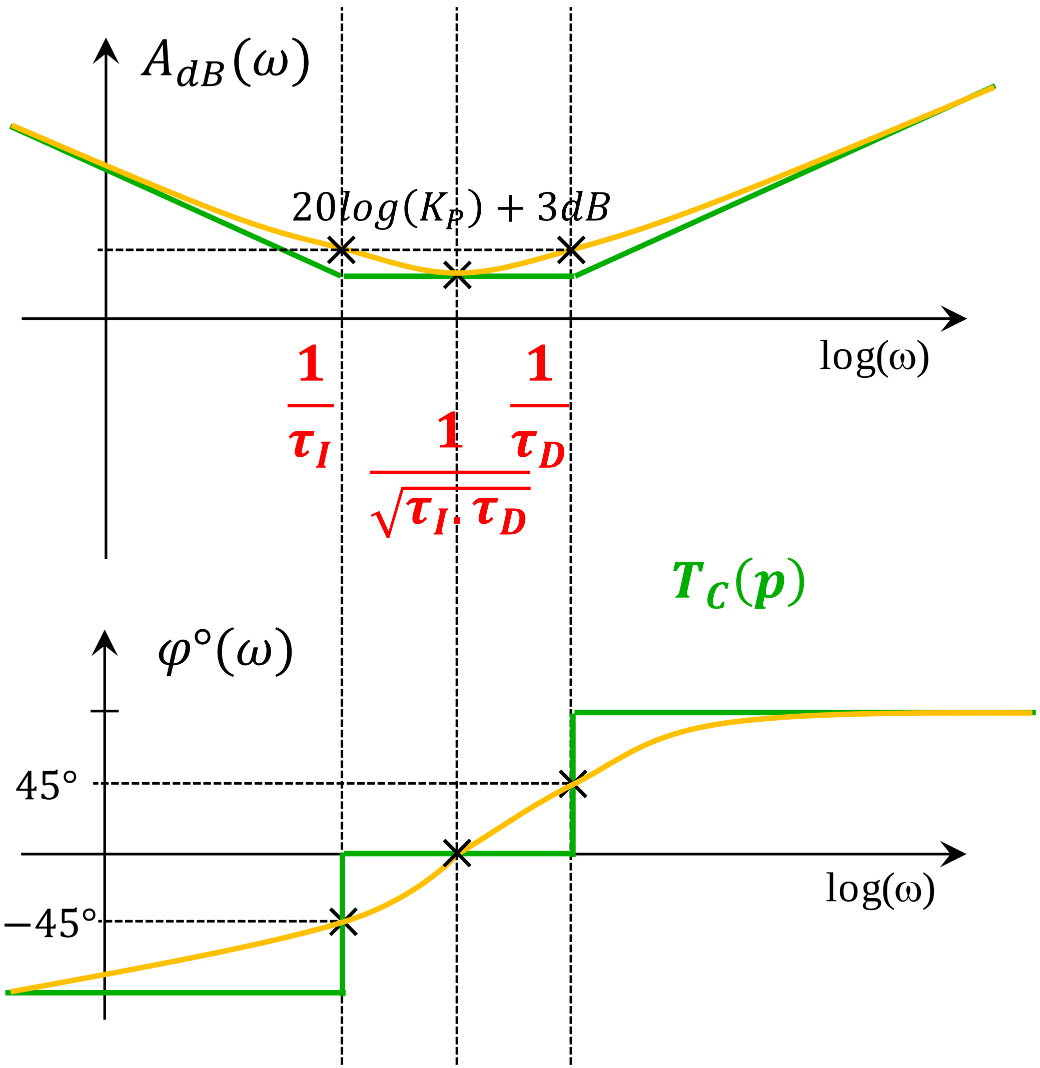
(K_P) $\left(\frac{1}{\tau_I.p}\right)$ $(1 + \tau_I.p)$ $(1 + \tau_D.p)$





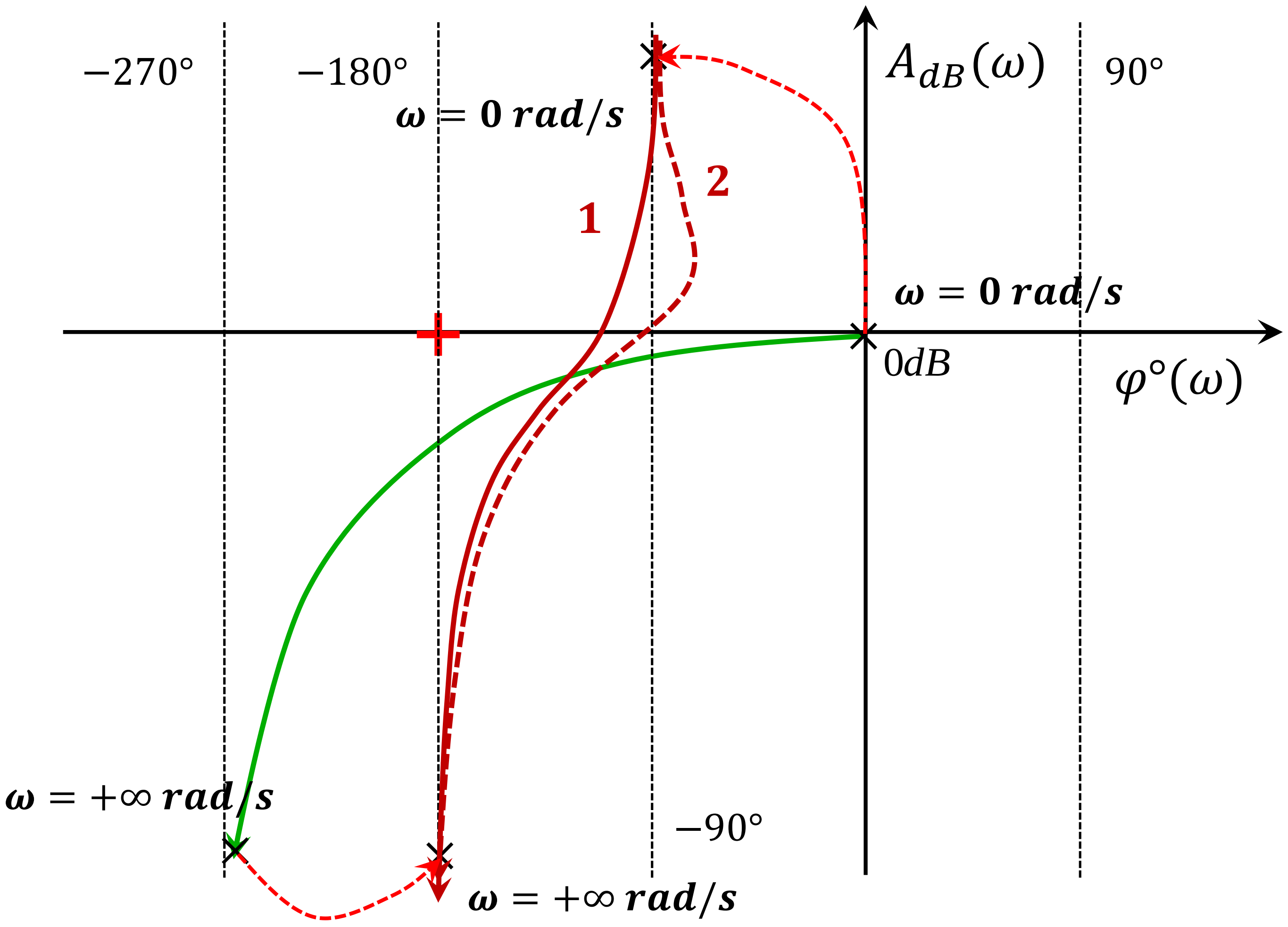
Le correcteur P.I.D. :

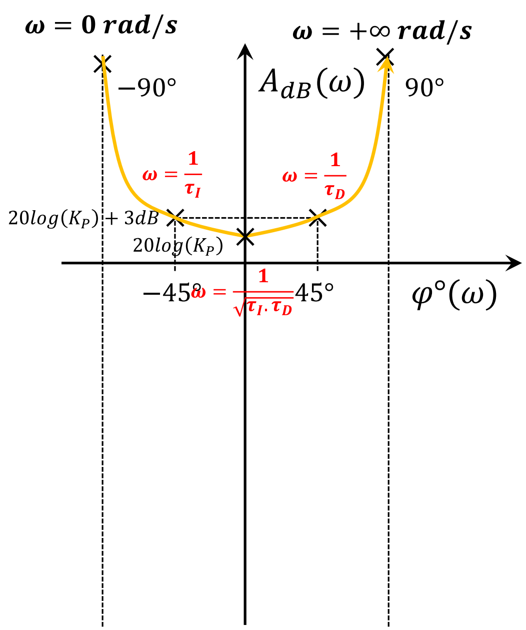
$$T_C(p) = K_P.\left(1 + \frac{1}{\tau_I.p}\right).(1 + \tau_D.p)$$



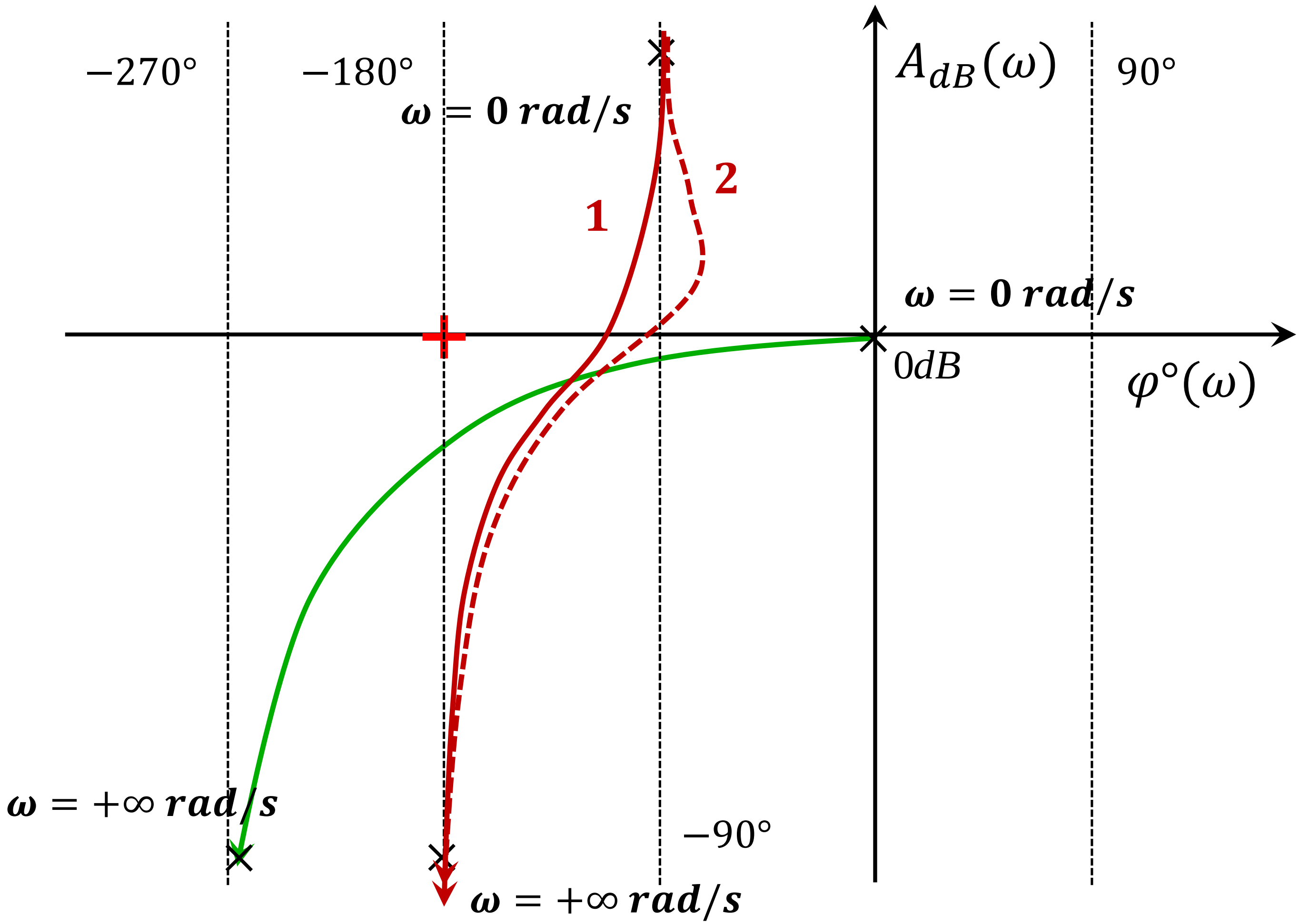
- Pour des pulsations comprises entre $\mathbf{0}$ et $\frac{1}{\tau_I}$, le correcteur produit un effet intégral sur le système considéré.
- Pour celles comprises entre $\frac{1}{\tau_I}$ et $\frac{1}{\tau_D}$, le correcteur produit un effet proportionnel sur le système considéré.
- Pour celles comprises entre $\frac{1}{\tau_D}$ et ∞, le correcteur produit un effet dérivé sur le système considéré.

Effet du correcteur P.I.D. sur l'exemple du 3ème ordre





Effet du correcteur P.I.D. sur l'exemple du 3ème ordre



- Ce correcteur combine les **avantages du correcteur P.I.** et les **avantages du correcteur P.D.**.

Commentaires sur ces correcteurs standards

- **Effets par rapport au correcteur proportionnel seul (K_P) :**

  - **Le correcteur Proportionnel et Intégral (K_P et τ_I)**
    - ✓ la stabilité ↘,
    - ✓ la précision ↗ (erreur nulle),
    - ✓ la rapidité ↘.

  - **Le correcteur Proportionnel et Dérivé (K_P et τ_D)**
    - ✓ la stabilité ↗,
    - ✓ la précision →,
    - ✓ la rapidité ↗.

  - **Le correcteur Proportionnel, Intégral et Dérivé (K_P, τ_I et τ_D)**
    - ✓ la stabilité ↗,
    - ✓ la précision ↗ (erreur nulle),
    - ✓ la rapidité ↗.